استعمال بعض الطرائق لتقدير معلمات ومعوليه لنموذج الاحتمالي المركب (الاسي- ويبل) مع تطبيق عملي

م.م حيـدر رائـد طـالب
كلية الادارة والاقتصاد - جامعة سومـر

الملخص

يتلخص البحث على اجراء المقارنة بين طريقة الامكان الاعظم (MLE) وطريقة المربعات الصغرى (OLS) لتقدير معالم ومعوليه التوزيع المركب المقترح (الاسـي – ويبل) ذو ثلاث معالم باسـتعمال معيار للمقارنة هو مطلق متوسط الاخطاء وتم تطبيق هذا البحث على بيانات حقيقية جمعت من الشركة العامة للصناعات النسيجية في محافظة واسط (معمل نسيج الكوت) وعن طريق النتائج التي تم الحصول عليها تبين ان طريقة الامكان الاعظم هي الافضل في حالة تقدير معالم التوزيع اما تقدير دالة المعوليه تبين ان طريقة المربعات الصغرى هي الافضل .

Abstract

This paper is Concerned on comparison between the Maximum Likelihood method (MLE) and the least squares method (OLS) to estimate the parameters and the Reliability of proposed distribution of the compound (exponential - Weibull) with three parameters. Using a standard for comparison is the absolute average errors. This paper applied to the real data collected from the public company Textile Industries in Wasit Governorate (Kut textile factory) and through the results obtained show that the greatest Method Maximum Likelihood is the best in the case of estimation the distribution parameters. While the reliability function estimate showed that the least squares method is the best.

المبحث الاول

منهجية البحث

1-1 المقدمة

في ظل تنامي ظاهرة العولمة شــهد العالم في العقود الاخيرة الانفتاح في العديد من المجالات وما صــاحبها من تحرير للتجارة العالمية اذ فرض هذا التنافس الدخول الى الاســواق العالمية لجذب الاســتثمارات الخارجية وفي هذه الاثناء وجدت الدول النامية نفسها في وضع لا تحسد عليه فأما ان تحاول الالتحاق بالدول المتطورة بشتى الطرق او التأخير .إذ اصــبح من الضــروري الاهتمام بموضــوع المعوليه للمنتجات الصــناعية بكافة انواعها لكي تتمكن من البقاء والمنافســة في الاســواق , وعن طريق اهمية المعوليه وتطبيقاتها توجه الباحثان لدراســة اوقات الفشــل و المعوليه لأغلب التوزيعات المستمرة وباستمرار التطور الحديث ظهرت مجموعة من التوزيعات سميت بالتوزيعات الاحتمالية المركبة والتي حظيت باهتمام واســع من العديد من الباحثين وذلك لاســتعمالها في كثير من المجالات و لا سيما في حقل المعوليه . ونظرا لكون التوزيعات الاحتمالية المركبة هي احد نماذج الفشل التي تبحث في اداء عمل الانظمة والاجهزة المعقدة فقد زاد الاهتمام في تقدير دالة المعوليه لهذه التوزيعات وذلك لمعرفة العمر التشــغيلي لعدد من المكائن والمعدات عن طريق تمثيلها بدالة واحدة ومعرفة مدى كفاءة هذه المكائن ومن ثم تقيمها .

ســيتم في هذه البحث اســتعمال انموذج احتمالي مركب جديد وهو (الاســي – ويبل) ذو الثلاث معلمات كأنموذج للفشل بالاعتماد على بيانات سحبت من السجلات المتوفرة لدى الشركة العامة للصناعات النسيجية في واسط والتي تخص اوقات العطلات لمكائن قسم الغزل .

2-1 هدف البحث

هناك هدفان رئيسيان للبحث هما اولا دراسة بعض خصائص التوزيع المركب (الاسي –ويبل) ذو ثلاث معلمات وطرائق تقدير معلمات و معوليه التوزيع المركب المتمثلة بطريقه الامكان الاعظم و طريقة المربعات الصغرى واجراء المقارنة بين الطريقتين و الهدف الأخر هو تطبيق هذا التوزيع المركب على بيانات حقيقيه مأخوذة من الشركة العامة للصناعات النسيجية في واسط والتي تخص اوقات العطلات لمكائن قسم الغزل .

3-1 عينة البحث

طبقت هذه الدراسة على بيانات جمعت من الشركة العامة للصناعات النسيجية في محافظة واسط (معمل نسيج الكوت) وقد جمعت البيانات عن المكائن الخاصة بقسم الغزل اذا اخذت اوقات الفشل المستغرق لها لحين الاشتغال لعينة بحجم 100 ماكنة ولمدة (30) يوم وكما موضحة في الجدول (3) .

4-1 الاستعراض المرجعي Literature Review

هناك العديد من الدراسات والبحوث السابقة التي تناولت لموضوع التوزيعات المركبة ودراسة خصائصهن وكذلك طرائق تقدير المعلمات ودالة المعوليه وفيما يأتي بعض البحوث والدراسات ذات العلاقة حول هذا الموضوع:

- في عام (2004) نشر (SARALEES, KOTZ)[11] بحثاً تضمن نموذجاً احتمالياً مركباً (بيتا– كامبل) إذ قام بأشتقاق بعض الخصائص النموذج المقترح المتمثلة بدالة التوزيع الاحتمالي والعزوم والمنوال والوسيط ودراسة الخصائص مقايس التشتت مثل التباين والانحراف المتوسط والالتواء والتفلطح وتم تقدير معالم النموذج المقترح ودالة المعوليه ببعض الطرائق التقليدية كطريقة الامكان الاعظم وطريق المربعات الصغرى الاعتيادية واجراء المقارنة بين هذه الطرائق وتم تطبيق النموذج المقترح على بيانات حقيقية في الجانب الهندسي, في عام (2007) قام كل من (Kong واخرون)[10] ببناء نموذج احتمالي مركب جديد (بيتا-كاما) (Beta – Gamma) ودرسوا خصائص النموذج وتقدير معالم الانموذج ودالة المخاطرة بعدة طرائق مختلفة وتطبيق النموذج على بيانات حقيقية في الجانب الصحي . كذلك في العام نفسه نشر (Lee واخرون)[7] بحثاً تضمن بناء نموذج احتمالي مركب (بيتا -– ويبل)(Beta- Weibull distribution) ودراسة بعض خصائص الانموذج الاحتمالي المقترح وطرائق تقدير معالم الانموذج ومن ثم تطبيقه على بيانات حقيقية المتمثلة بالمراقبة على اوقات عطل حركة الحافلات وحساب المعوليه لها , في عام (2008) قام كل من (Alfred واخرون)[4] بنشر بحثاً تضمن بناء نموذج احتمالي مركب جديد لتوزيع (بيتا- باريتوا) (Beta-Pareto) ذو اربعة معالم و دراسة خصائص النموذج كالوسط الحسابي والمنوال والوسيط والانحراف المعياري والتباين والالتواء والتفلطح وكذلك تم تقدير معالم ومعوليه النموذج بطريقتين هما العزوم والامكان الاعظم وطبق النموذج على بيانات حقيقية المتمثلة بالفيضانات , في عام (2009) نشر (Souza واخرون)[6] بحثا تضمن دراسة نموذج احتمالي مركب (بيتا-الاسي المعمم) (Beta-Generalized Exponential) من حيث خصائصه الرياضية واشتقاق العزوم من الدرجة r^{th} وتم تقدير معالم ومعوليه الانموذج باستعمال طريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى وتطبيق هذا النموذج على بيانات حقيقية بالجانب الصحي , في عام (2010) نشر (Patricia واخرون)[13] بحثاً للتوزيع المركب (beta- Burr XII) تم فيه اشتقاق خصائص التوزيع كدالة المولدة للعزوم ودالة المعوليه وبعض الخصائص الاخرى وتم تقدير معالم ودالة المعوليه للنموذج الجديد بطريقة الامكان الاعظم وطريقة بيز واجراء مقارنة بين الطريقتين باستعمال المحاكاة وكذلك تطبيق النموذج على بيانات حياتية , في عام (2011) قدم (Cardeior , Lemont's)[8] بحثاً تناوله بناء نموذج احتمالي مركب لتوزيع (Beta –Half- Cauchy) وتم ا شتقاق خصائص التوزيع كـ دالة الكثافة الاحتمالية ودالة التوزيع التراكمية وبعض مقايس النزعة المركزية كالوسط الحسابي والمنوال وبعض خصائص مقايس التشتت كالتباين والانحراف المتوسط والالتواء والتفلطح وتم تقدير معالم ودالة المعولية الانموذج بطريقة الامكان الاعظم وتطبيقه على بيانات حقيقة في قسم البيئة , في عام (2013) نشر الباحثان (ALkadim,Boshi)[5] بحثاً تضمن توزيع (الاسي- باريتوا) (Exponential-pareto) وذلك باستعمال توزيعين مستقلين هما الاسي وتوزيع باريتو وتم دراسة خصائص التوزيع الجديد من حيث دالة الكثافة الاحتمالية ودالة المعوليه والدالة التراكمية ودالة المخاطرة واستعمال طريقة الامكان الاعظم لتقدير معلمات في عام (2014) قام (Tahir و اخرون)[14] بنشر بحثاً تضمن بناء انموذج احتمالي مركب جديد (A New Weibull –Pareto distribution) وايجاد بعض خصائصه مثل دالة الكثافة الاحتمالية ودالة التوزيع التجميعية ودالة المخاطرة والدالة المولدة للعزوم وتقدير دالة المعوليه ومعالم الانموذج الجديد وتم تطبيقه على عينه من المرضى المصابين بمرض سرطان الرئة .

المبحث الثاني

الجانب النظري

1-2 تمهيد

يتضمن هذا المبحث بعض المفاهيم الاساسية والتعاريف ذات العلاقة وخصائص التوزيعات (الاسي و ويبل) كما يتضمن ايضا اشتقاق صيغة رياضية لأنموذج احتمالي مركب وهو توزيع (الاسي – ويبل) ذو الثلاث معلمات وقد قام الباحث باشتقاق دالة الكثافة الاحتمالية (P.d.f) وكذلك الدالة التجميعية ومن ثم تقدير معلمات الانموذج الاحتمالي المركب ببعض الطرائق التقدير وهي طريقة الامكان الاعظم و طريقة المربعات الصغرى .

2-2 خصائص التوزيعات (الاسي و ويبل)

التوزيع الاسي Exponential Distribution

يعد التوزيع الاسي من التوزيعات المستمرة المهمة واحد نماذج الفشل فضلاً عن دوره المهم في نظرية المعوليه للأنظمة المختلفة ويتميز هذا التوزيع عن التوزيعات الاخرى بان دالة المخاطرة له هي كمية ثابتة فاذا كان المتغير العشوائي x يسلك وفق التوزيع الاسي فان دالة الكثافة الاحتمالية تأخذ الشكل الاتي: [2] [3] [12]

$$f(x) = \beta e^{-\beta x} \qquad ; \quad x > 0 \, , \; \beta > 0 \qquad . \; . \; . \quad (1)$$

وان β تمثل معلمة التوزيع

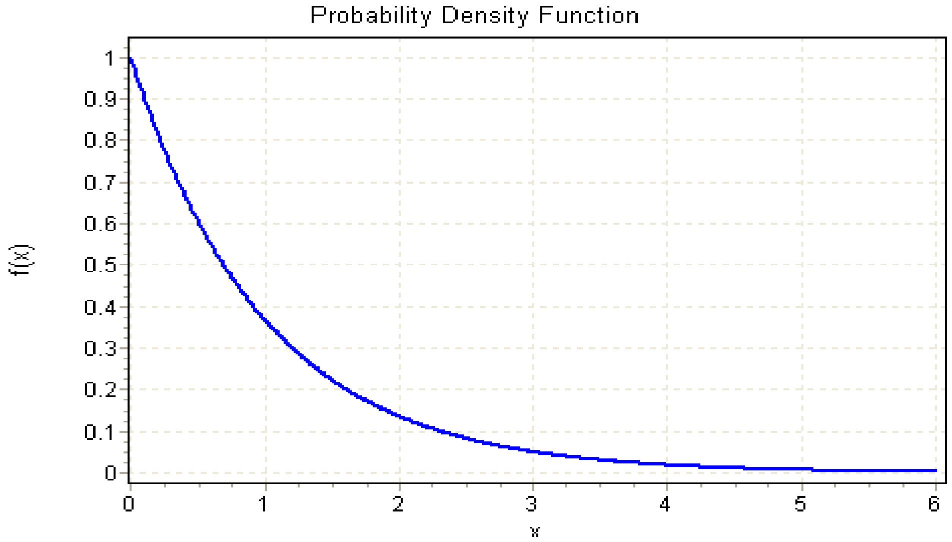
ودالة التوزيع التراكمية هي :

$$F(X) = 1 - e^{-\beta x} \qquad . \; . \; . \quad (2)$$

جدول(1)

بعض خصائص التوزيع الاسي

Properties	Formula
Mean	β^{-1}
Median	$-\beta^{-1} \ln 0.5$
Mode	$2\,\beta^{-1} \ln \beta$
Variance	β^{-2}
Skewens	2
Kurtosis	6
Moment Generating Function(m.g.f)	$\frac{\beta}{\beta - t}$
Characteristic Function	$\frac{\beta}{\beta - it}$



شكل(1)

يوضح دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاسي[4]

- **توزيع ويبل Weibull Distribution**

يعتبر توزيع ويبل احد التوزيعات المستمرة (continuous) و أحد النماذج الشائعة و المهمة المستخدمة لدراسة توزيع وقت الفشل وفي السنوات الثلاثين الماضية كان لتوزيع ويبل مكانته وأهميته في حقل المعوليه (Reliability) و أختبار الحياة (Life Testing) و صيغة توزيع ويبل ذو معلمتين يأخذ الشكل الاتي : [1]

$$\mathbf{f(x,\lambda,\theta) = \lambda\theta x^{\theta-1}\, e^{-\lambda x^{\theta}}} \qquad \mathbf{x > 0 \;, \lambda \,, \theta \; > \; 0} \qquad . \;\; . \;\; . \quad (3)$$

إذ ان :

λ: تمثل معلمة القياس (Scale Parameter)

θ : تمثل معلمة الشكل (Shape Parameter)

وان الدالة التجميعية لتوزيع ويبل هي :

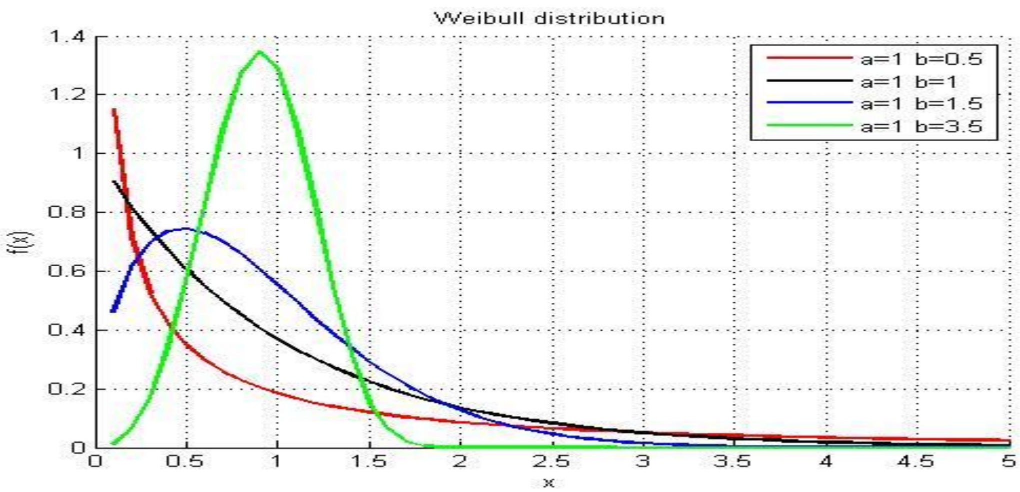
$$\mathbf{F(X) = 1 - e^{-\lambda x^{\theta}}} \quad ; \quad \mathbf{X > 0} \qquad . \;\; . \;\; . \quad (4)$$

اما خصائص توزيع ويبل موضحة في الجدول ادناه :

جدول(2)

يمثل بعض خصائص توزيع ويبل [6]

Properties	Formula
Mean	$\left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\frac{1}{\theta}} \Gamma(\frac{1}{\theta}+1)$
Median	$\left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\frac{1}{\theta}} (\ln 2)^{\frac{1}{\theta}}$
Mode	$\left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\frac{1}{\theta}} \left(\frac{\theta-1}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta}} \quad \text{if} \quad \theta > 1$
Variance	$\lambda^{-\frac{2}{\theta}} [\Gamma\left(\frac{2}{\theta}+1\right) - \Gamma^2(\frac{1}{\theta}+1)$
Skewnes	$\dfrac{\Gamma\left(\frac{3}{\theta}+1\right) - 3\Gamma\left(1+\frac{1}{\theta}\right)\Gamma\left(1+\frac{2}{\theta}\right) + \Gamma^2\left(1+\frac{1}{\theta}\right)}{[\Gamma\left(1+\frac{2}{\theta}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{\theta}\right)]^{\frac{3}{2}}}$
Kurtosis	$\dfrac{\lambda^{-\frac{4}{\theta}} \Gamma(\frac{4}{\theta}+1)}{[\lambda^{-\frac{2}{\theta}} \Gamma\left(\frac{2}{\theta}+1\right)]^2}$
Moment Generating Function (m.g.f)	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{X^n}{n!\ \lambda^{\frac{n}{\theta}}} \quad \Gamma\left(1+\frac{n}{\theta}\right)$
Characteristic Function	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(iX)^n}{n!\ \lambda^{\frac{n}{\theta}}} \quad \Gamma\left(1+\frac{n}{\theta}\right)$



شكل(2)

يوضح دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ويبل

3-2 الانموذج الاحتمالي المركب(الاسي–ويبل):

Exponential – Weibull distribution

هنالك الكثير من البحوث والدراسات قد تناولت موضوع النماذج الاحتمالي المركب مثل توزيع(بيتا – لاسي , بيتا – كاما , بيتا – باريتو ,كاما – الطبيعي , بيتا– كامبل) وغيرها اذ تعد هذه التوزيعات حالة خاصة من توزيعات اوقات الفشل الشائعة والمستخدمة في حقل المعوليه وفي هذا البحث سوف يتم دراسة انموذج احتمالي مركب جديد وهو توزيع (الاسي – ويبل) ذو الثلاث معلمات وكالاتي:[2]

$$F_{ew}(x) = \int_0^{\frac{1}{R_{(t)}}} f^*(x)dx \qquad X > 0 \quad . . . \quad (5)$$

إذ ان $R_{(t)}$هي الدالة المعوليه للتوزيع ويبل والتي تساوي

$$R_{(t)} = e^{-\lambda X^{\theta}}$$

وان$f^*(x)$تمثل دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاسي

$$f^*(x) = \beta e^{-\beta x}$$

ان دالة التوزيع التجميعية للأنموذج الاحتمالي المركب الجديد تكون كالاتي:

$$F_{ew}(x;\lambda,\theta,\beta) = \int_0^{\frac{1}{(R_{(t)})}} \beta e^{-\beta x}\, dx \qquad . . . \qquad (6)$$

$$F_{ew}(x;\lambda,\theta,\beta) = \int_0^{e^{-\lambda X^{\theta}}} \beta e^{-\beta x}dx$$

$$F_{ew}(x;\lambda,\theta,\beta) = -\left[e^{-\beta x}\right]_0^{e^{-\lambda X^{\theta}}}$$

$$F_{ew}(x;\lambda,\theta,\beta) = 1 - e^{-\beta e^{-\lambda X^{\theta}}} \qquad . . . \qquad (7)$$

وان دالة الكثافة الاحتمالية للأنموذج الاحتمالي المركب تعطى كما يأتي :

$$f_{ew}(x;\lambda,\theta,\beta) = \frac{dF_{ew}(x;\lambda,\theta,\beta)}{dx}$$

$$f_{ew}(x;\lambda,\theta,\beta) = 0 - e^{-\beta e^{-\lambda X^{\theta}}}(-\beta)e^{\lambda X^{\theta}}\ \lambda\theta x^{\theta-1}$$

$$\therefore \quad f_{ew}(x;\lambda,\theta,\beta) = \lambda\theta\beta x^{\theta-1}e^{\lambda X^{\theta}}\, e^{-\beta e^{\lambda X^{\theta}}} \quad ; \quad x > 0 \qquad . . . \qquad (8)$$

ولتحقيق هل الدالة في المعادلة المذكورة أنفاً هي دالة احتمالية يجب تحقق الشرطين الآتيين :

1- $f(x) \geq 0$

2- $\int_0^\infty f_{ew}(x)dx = 1$

$$\int_0^\infty \lambda\theta\beta x^{\theta-1} e^{\lambda X^\theta}\, e^{-\beta e^{\lambda X^\theta}}\, dx$$

$$\int_0^\infty f_{ew}(x) = -\left[e^{-\beta e^{ax^b}}\right]_0^\infty$$

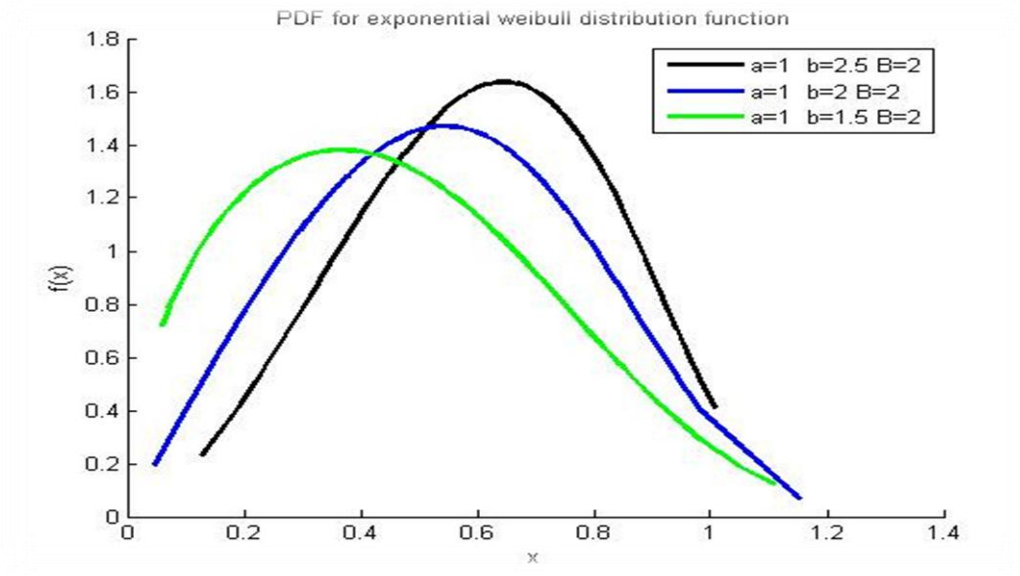
$$\int_0^\infty f_{ew}(x) = -(e^{-\infty} - e^{-\beta})$$

$$\int_0^\infty f_{ew}(x) = e^{-\beta} \qquad \ldots \qquad (9)$$

الدالة في المعادلة (9) هي دالة غير احتمالية لان تكاملها لا يساوي واحداً عليه فان الاسلوب الملائم لتحويلها الى دالة احتمالية هو ضربها في مقلوب التكامل وكالاتي :

$$f_{ew}(x) = \frac{\lambda\theta\beta x^{\theta-1} e^{\lambda X^\theta}\, e^{-\beta e^{\lambda X^\theta}}}{e^{-\beta}} \qquad \ldots \qquad (10)$$

$$\therefore f_{ew}(x) = \lambda\theta\beta x^{\theta-1} e^{\lambda X^\theta} e^{\beta}\, e^{-\beta e^{\lambda X^\theta}} \qquad \ldots \qquad (11)$$



الشكل (3)

دالة الكثافة الاحتمالية للأنموذج الاحتمالي المركب (الاسي – ويبل) عند حجم عينة 100

وان دالة التوزيع التراكمية للأنموذج المركب يمكن الحصول عليها كالاتي :

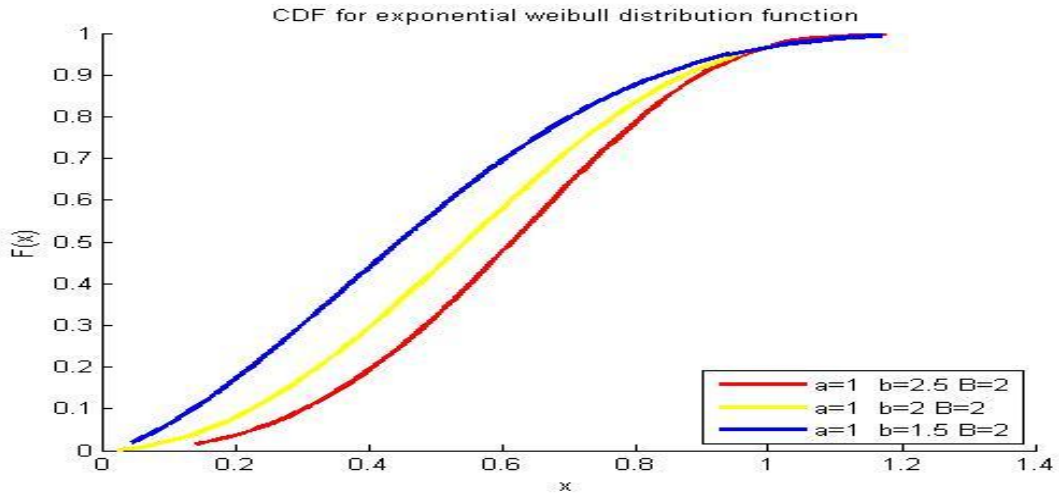
$$\mathbf{F_{ew}(x;\lambda,\theta,\beta) = \int_0^x f(u)\,du}$$

$$\mathbf{F_{ew}(x;\lambda,\theta,\beta) = \int_0^x \lambda\theta\beta u^{\theta-1} e^{\lambda u^{\theta}}\, e^{-\beta(e^{\lambda u^{\theta}}-1)}}$$

$$\mathbf{F_{ew}(x;\lambda,\theta,\beta) = -\left[e^{-\beta(e^{\lambda u^{\theta}}-1)}\right]_0^x}$$

$$\mathbf{F_{ew}(x;\lambda,\theta,\beta) = -\left[e^{-\beta(e^{\lambda x^{\theta}}-1)} - e^{-\beta(e^{0}-1)}\right]}$$

$$\mathbf{F_{ew}(x;\lambda,\theta,\beta) = 1 - e^{-\beta(e^{\lambda x^{\theta}}-1)}} \quad ... \quad (12)$$



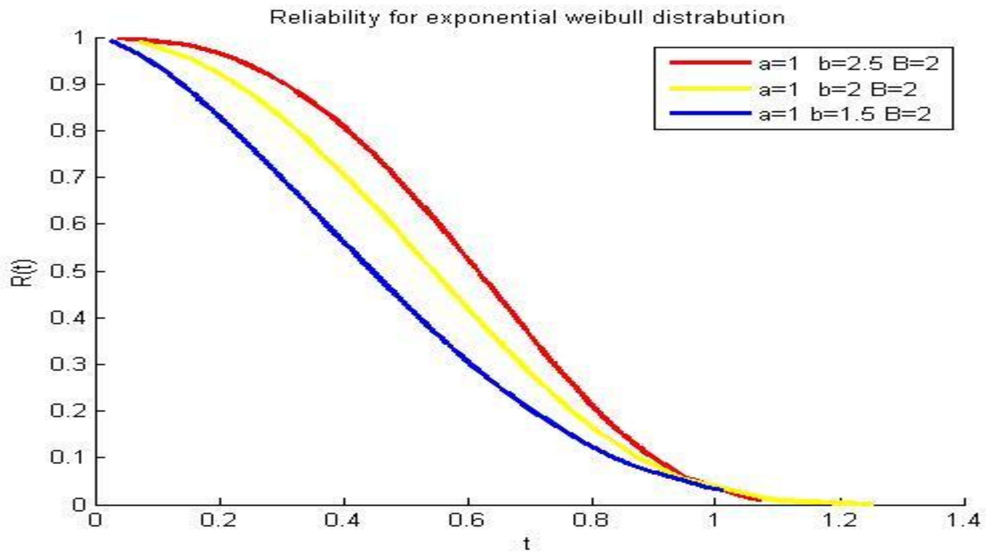
الشكل(4)

دالة الكثافة التجميعية للأنموذج الاحتمالي المركب (الاسي - ويبل) عند حجم عينة 100

ومن دالة التوزيع التراكمية يمكن ايجاد دالة المعوليه وكلاتي :

$$\mathbf{R(t) = 1 - F_{(t)}}$$

$$\therefore \ \mathbf{R(t) = e^{-\beta(e^{\lambda t^{\theta}}-1)}} \quad . \ . \ . \quad (\mathbf{13})$$



الشكل (5)

دالة المعوليه للأنموذج الاحتمالي المركب (الاسي ويبل)عند حجم عينة 100

ودالة المخاطرة تكون :

$$\mathbf{h(t) = \frac{f_{ew}}{R_{ew}(t)}}$$

$$\mathbf{h(t) = \frac{\lambda\theta\beta x^{\theta-1} e^{\lambda X^{\theta}}\ e^{-\beta\left(e^{\lambda X^{\theta}}-1\right)}}{e^{-\beta(e^{\lambda t^{\theta}}-1)}}}$$

$$\mathbf{\therefore\ h(t) = \lambda\theta\beta x^{\theta-1} e^{\lambda X^{\theta}}} \quad . \quad . \quad . \qquad \mathbf{(14)}$$

- **خصائص الانموذج الاحتمالي المركب(الاسي - ويبل)**

يمكن ايجاد بعض خصائص الانموذج الاحتمالي المركب (الاسي- ويبل) كالاتي :

1- الوسط الحسابي :-

$$\mathbf{E(x) = \int_{0}^{\infty} x\ f(x)\ dx}$$

$$\mathbf{E(x) = \int_{0}^{\infty} x\ \ \lambda\theta\beta x^{\theta-1} e^{\lambda X^{\theta}} e^{\beta}\ e^{-\beta e^{\lambda X^{\theta}}}\ \ dx}$$

$$\mathbf{E(x) = \lambda\theta\beta e^{\beta} \int_{0}^{\infty} x^{\theta}\ \ e^{\lambda X^{\theta}} e^{-\beta e^{\lambda X^{\theta}}}\ \ dx}$$

2- التباين :-

$$\mathbf{E(x^2) = \int_{0}^{\infty} x^2\ \ \lambda\theta\beta x^{\theta-1} e^{\lambda X^{\theta}} e^{\beta}\ e^{-\beta e^{\lambda X^{\theta}}} dx}$$

$$\mathbf{E(x^2) = \lambda\theta\beta e^{\beta} \int_{0}^{\infty} x^{\theta+1}\ \ e^{\lambda X^{\theta}} e^{-\beta e^{\lambda X^{\theta}}}\ \ dx}$$

$$\mathbf{var(x) = [E(x^2) - [E(x)]^2]}$$

3- الالتواء :-

$$\mathbf{C.S = \frac{E(x-\mu)^3}{\sigma^3}}$$

4- التفلطح:-

$$\mathbf{C.K = \frac{E(x-\mu)^4}{\sigma^4}}$$

لا يمكن الحصول على الوسط الحسابي والتباين والالتواء والتفلطح للأنموذج الاحتمالي المركب نظريا وذلك لصعوبة التكاملات .

4-2 طرائق التقدير: Estimation of Methods

نستعرض في هذا المبحث بعض طرائق التقدير التي تستعمل في عملية تقدير المعلمات ومعوليه للأنـمـوذج الاحتمالي المركب (الاسي – ويبل) وذلك من اجل الـتوصل الى افـضل المقـدرات لمعلمات ومعوليــه التـوزيع وهذه الطرائــق هي : طريقة الامكان الاعـظم وطـريقة المربعات الصغرى الاعتيادية وكما يأتي :

1-4-2 طريقة الامكان الاعظم :

Maximum Likelihood of Method (MLE)

تهدف هذه الطريقة الى جعل دالة الإمكان للمتغيرات العشوائية اعظم ما يمكن وان هذه الطريقة تستعمل غالبا لتقدير معالم التوزيع وذلك لأنـها تمتلك خواص جيدة منـها انـها غير متحيزة وتكون كافية وتملك اقل تباين ممكن واهم خاصية عدم التغير(Invariant) او الثبات وتكون اكثر دقة من طرق التقدير الأخرى لا سيما عند زيادة حجم العينة و اول من صــاغ هذه الطريقة هو العالم C.F.Gauss وقام بتطبيقها لأول مرة الباحث R.A.Fisher , وخطوات هذه الطريقة هي كالاتي : [1] [2] [12]

$$\mathbf{f_{ew}(x) = \lambda\theta\ \beta\ x^{\theta-1}\ \ e^{\lambda x^{\theta}}\ e^{\beta}\ \ e^{-\beta e^{\lambda x^{\theta}}}}$$

$$\mathbf{L\ (x1, \ldots . xn; \lambda, \theta; \beta)\ =\ \prod_{i=1}^{n} f_{ew}\ (x)} \qquad . \ . \ . \quad (15)$$

$$\mathbf{L = \lambda^n \theta^n \beta^n \prod_{i=1}^{n} x_i{}^{\theta-1}\ \ e^{\lambda x_i{}^{\theta}}\ e^{\beta}\ \ e^{-\beta e^{\lambda x_i{}^{\theta}}}} \qquad . \ . \ . \quad (16)$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين نحصل على :

$$\mathbf{lnL = nln\lambda + nln\theta + nln\beta + (\theta - 1)\sum_{i=1}^{n} lnx_i + \lambda \sum_{i=1}^{n} x_i{}^{\theta} + n\beta - \sum_{i=1}^{n} \beta e^{\lambda x_i{}^{\theta}}} \qquad . \ . \ . \quad (17)$$

وبايجاد المشتقة الجزئية بالنسبة للمعلمات λ, θ, β نحصل على:

$$\mathbf{\frac{dlnL}{d\lambda} = \frac{n}{\lambda} + \sum_{i=1}^{n} x_i{}^{\theta} - \beta \sum_{i=1}^{n} e^{\lambda x_i{}^{\theta}}\ (\ x_i{}^{\theta})} \qquad . \ . \ . \quad (18)$$

$$\mathbf{\frac{dlnL}{d\lambda} = 0}$$

$$\therefore\ \ \mathbf{\hat{\lambda}\ =\ \frac{n}{\hat{\beta} \sum_{i=1}^{n} \left(\ x_i{}^{\hat{\theta}}\right)\ e^{\hat{\lambda} x_i{}^{\hat{\theta}}} - \sum_{i=1}^{n} x_i{}^{\hat{\theta}}}} \qquad . \ . \ . \quad (19)$$

$$\frac{\mathbf{dlnL}}{\mathbf{d\theta}} = \frac{\mathbf{n}}{\boldsymbol{\theta}} + \sum_{i=1}^{n} \mathbf{lnx}_i + \boldsymbol{\lambda} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{x}_i^{\boldsymbol{\theta}} \ln(\mathbf{x}_i) - \boldsymbol{\lambda\beta} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{x}_i^{\boldsymbol{\theta}} \mathbf{lnx}_i \ \mathbf{e}^{\lambda \mathbf{x}_i^{\theta}} \quad ... (20)$$

$$\frac{\mathbf{dlnL}}{\mathbf{d\theta}} = 0$$

$$\frac{\mathbf{n}}{\hat{\boldsymbol{\theta}}} + \sum_{i=1}^{n} \mathbf{lnx}_i + \hat{\boldsymbol{\lambda}} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{x}_i^{\hat{\theta}} \ln(\mathbf{xi}) - \hat{\boldsymbol{\lambda}}\hat{\boldsymbol{\beta}} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{x}_i^{\hat{\theta}} \ln(\mathbf{xi}) \ \ \mathbf{e}^{\hat{\lambda} \mathbf{x}_i^{\hat{\theta}}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\mathbf{n}}{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = \hat{\boldsymbol{\lambda}} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{xi}^{\hat{\theta}} \ \ln(\mathbf{xi}) \ \left[\hat{\boldsymbol{\beta}} \mathbf{e}^{\hat{\lambda} \mathbf{x}_i^{\hat{\theta}}} - 1\right] - \sum_{i=1}^{n} \mathbf{lnxi}$$

$$\therefore \ \hat{\boldsymbol{\theta}} = \frac{\mathbf{n}}{\hat{\boldsymbol{\lambda}} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{xi}^{\hat{\theta}} \ \ln(\mathbf{xi}) \ \left[\hat{\boldsymbol{\beta}} \mathbf{e}^{\hat{\lambda} \mathbf{x}_i^{\hat{\theta}}} - 1\right] - \sum_{i=1}^{n} \mathbf{lnxi}} \quad ... \ (21)$$

$$\frac{\mathbf{dlnL}}{\mathbf{d\beta}} = \frac{\mathbf{n}}{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{n} - \sum_{i=1}^{n} \mathbf{e}^{\lambda \mathbf{x}_i^{\theta}} \quad .... \quad (22)$$

$$\frac{\mathbf{dlnL}}{\mathbf{d\beta}} = 0$$

$$\Rightarrow \ \frac{\mathbf{n}}{\hat{\boldsymbol{\beta}}} = \left(\sum_{i=1}^{n} \mathbf{e}^{\hat{\lambda} \mathbf{x}_i^{\hat{\theta}}} - \mathbf{n}\right)$$

$$\therefore \ \hat{\boldsymbol{\beta}} = \frac{\mathbf{n}}{\sum_{i=1}^{n} \mathbf{e}^{\hat{\lambda} \mathbf{x}_i^{\hat{\theta}}} - \mathbf{n}} \quad .... \quad (23)$$

المعادلات (23,21,19) هي دوال غير خطية يصعب حلها بالطرائق الاعتيادية لذلك يجب استعمال احدى الطرائق العددية لحلها وكطريقة S solve.

2-4-2 طريقة المربعات الصغرى

Least Squares of Method (L.S)

تعد طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية من الطرائق المهمة في عملية التقدير اذ تتميز بخصائص عدة مما جعلها من افضل الطرائق واوسعها استعمالا وتستند هذه الطريقة الى تصغير مجموع مربعات الاخطاء , ويمكن صياغتها بالشكل الآتي[3]:

$$\mathbf{L.s} = \sum_{j=1}^{n} [\mathbf{F(x)} - (\frac{\mathbf{j}}{\mathbf{n+1}})]^2 \qquad . \quad . \quad . \qquad (24)$$

علما ان $\frac{j}{n+1}$ هو مقدر لا معلمي وهو تقدير للدالة التراكمية للإنموذج الاحتمالي المركب(الاسي – ويبل)

$$\mathbf{L.s} = \sum_{j=1}^{n} [\left(1 - e^{-\beta(e^{\lambda x^{\theta}}-1)}\right) - \left(\frac{j}{n+1}\right)]^2 \qquad . \quad . \quad . \qquad (25)$$

$$\frac{\mathbf{d\,L.s}}{\mathbf{d\lambda}} = 2\sum_{j=1}^{n}\left[\left(1 - e^{-\beta(e^{\lambda x^{\theta}}-1)}\right) - \left(\frac{j}{n+1}\right)\right](\beta x^{\theta} e^{-\beta\left(e^{\lambda X^{\theta}}-1\right)+\lambda X^{\theta}} \quad)$$

$$\frac{\mathbf{d\,L.s}}{\mathbf{d\lambda}} = 2\beta\sum_{j=1}^{n} x^{\theta} e^{-\beta\left(e^{\lambda x^{\theta}}-1\right)+\lambda x^{\theta}} \; [\left(1 - e^{-\beta(e^{\lambda x^{\theta}}-1)}\right) - \left(\frac{j}{n+1}\right)]$$

$$\frac{\mathbf{d\,L.s}}{\mathbf{d\lambda}} = 2\beta\sum_{j=1}^{n} x^{\theta} e^{-\beta\left(e^{\lambda x^{\theta}}-1\right)+\lambda x^{\theta}} \; \left(1 - e^{-\beta(e^{\lambda x^{\theta}}-1)}\right)$$
$$- 2\beta\sum_{j=1}^{n} x^{\theta} e^{-\beta\left(e^{\lambda x^{\theta}}-1\right)+\lambda x^{\theta}} \; \left(\frac{j}{n+1}\right)$$

$$\frac{\mathbf{d\,L.s}}{\mathbf{d\lambda}} = 0$$

$$\Rightarrow \hat{\beta}\sum_{j=1}^{n} x^{\hat{\theta}} e^{-\hat{\beta}\left(e^{\hat{\lambda} x^{\hat{\theta}}}-1\right)+\hat{\lambda} x^{\hat{\theta}}} \; - \hat{\beta}\sum_{j=1}^{n} x^{\hat{\theta}} e^{-2\hat{\beta}\left(e^{\hat{\lambda} x^{\hat{\theta}}}-1\right)+\hat{\lambda} x^{\hat{\theta}}}$$
$$= \hat{\beta}\sum_{j=1}^{n} x^{\hat{\theta}} e^{-\hat{\beta}\left(e^{\hat{\lambda} x^{\hat{\theta}}}-1\right)+\hat{\lambda} x^{\hat{\theta}}} \; (\frac{j}{n+1})$$

$$\therefore \sum_{j=1}^{n} x^{\hat\theta} e^{-\hat\beta\left(e^{\hat\lambda x^{\hat\theta}}-1\right)+\hat\lambda x^{\hat\theta}} \left[1 + e^{-\hat\beta\left(e^{\hat\lambda x^{\hat\theta}}-1\right)+\hat\lambda x^{\hat\theta}}\right]$$

$$= \sum_{j=1}^{n} x^{\hat\theta} e^{-\hat\beta\left(e^{\hat\lambda x^{\hat\theta}}-1\right)+\hat\lambda x^{\hat\theta}} \left(\frac{j}{n+1}\right) \quad . . . (26)$$

$$\frac{d\,L.s}{d\theta} = 2\sum_{j=1}^{n}\left[\left(1 - e^{-\beta(e^{\lambda x^{\theta}}-1)}\right) - \left(\frac{j}{n+1}\right)\right] \left(\lambda\beta e^{-\beta(e^{\lambda x^{\theta}}-1)+\lambda x^{\theta}} \; x^{\theta}(\ln(X))\right)$$

$$\frac{d\,L.s}{d\theta} = 2\lambda\beta \sum_{j=1}^{n} e^{-\beta(e^{\lambda x^{\theta}}-1)+\lambda x^{\theta}} \; x^{\theta}(\ln(X)) \left[\left(1 - e^{-\beta(e^{\lambda x^{\theta}}-1)}\right) - \left(\frac{j}{n+1}\right)\right]$$

$$\frac{d\,L.s}{d\theta} = 0$$

$$\Rightarrow \hat\lambda\hat\beta \sum_{j=1}^{n} e^{-\hat\beta(e^{\hat\lambda X^{\hat\theta}}-1)+\hat\lambda x^{\hat\theta}} \; x^{\hat\theta}(\ln(x)) \left(1 - e^{-\hat\beta(e^{\hat\lambda x^{\hat\theta}}-1)}\right)$$

$$- \hat\lambda\hat\beta \sum_{j=1}^{n} e^{-\hat\beta(e^{\hat\lambda x^{\hat\theta}}-1)+\hat\lambda x^{\hat\theta}} \; x^{\hat\theta}(\ln(x)) \; \frac{j}{n+1}$$

$$\Rightarrow \sum_{j=1}^{n} e^{-\hat\beta(e^{\hat\lambda x^{\hat\theta}}-1)+\hat\lambda X^{\hat\theta}} \; x^{\hat\theta}(\ln(X)) - \sum_{j=1}^{n} e^{-2\hat\beta(e^{\hat\lambda X^{\hat\theta}}-1)+\hat\lambda X^{\hat\theta}} \; x^{\hat\theta}(\log(x))$$

$$= \sum_{j=1}^{n} e^{-\hat\beta(e^{\hat\lambda x^{\hat\theta}}-1)+\hat\lambda X^{\hat\theta}} \; x^{\hat\theta}(\ln(X)) \; \frac{j}{n+1} \quad . . . (27)$$

$$\frac{d\,L.s}{d\beta} = \sum_{j=1}^{n}\left[\left(1 - e^{-\beta(e^{\lambda x^{\theta}}-1)}\right) - \left(\frac{j}{n+1}\right)\right] \; e^{-\beta(e^{\lambda x^{\theta}}-1)} \left(e^{\lambda x^{\theta}} - 1\right)$$

$$\frac{d\,L.s}{d\beta} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{j=1}^{n} e^{-\hat\beta(e^{\hat\lambda x^{\hat\theta}}-1)} \left(e^{\hat\lambda x^{\hat\theta}} - 1\right)\left[\left(1 - e^{-\hat\beta(e^{\hat\lambda x^{\hat\theta}}-1)}\right) - \left(\frac{j}{n+1}\right)\right] = 0$$

$$\sum_{j=1}^{n} e^{-\hat{\beta}(e^{\hat{\lambda}x^{\hat{\theta}}}-1)}\left(e^{\hat{\lambda}x^{\hat{\theta}}}-1\right)-\sum_{j=1}^{n} e^{-2\hat{\beta}(e^{\hat{\lambda}x^{\hat{\theta}}}-1)}\left(e^{\hat{\lambda}x^{\hat{\theta}}}-1\right)$$

$$-\sum_{j=1}^{n} e^{-\hat{\beta}(e^{\hat{\lambda}x^{\hat{\theta}}}-1)}\left(e^{\hat{\lambda}x^{\hat{\theta}}}-1\right)\left(\frac{j}{n+1}\right)$$

$$\Rightarrow \sum_{j=1}^{n} e^{-\hat{\beta}(e^{\hat{\lambda}x^{\hat{\theta}}}-1)}\left(e^{\hat{\lambda}x^{\hat{\theta}}}-1\right)-\sum_{j=1}^{n} e^{-2\hat{\beta}(e^{\hat{\lambda}x^{\hat{\theta}}}-1)}\left(e^{\hat{\lambda}x^{\hat{\theta}}}-1\right)$$

$$=\sum_{j=1}^{n} e^{-\hat{\beta}(e^{\hat{\lambda}x^{\hat{\theta}}}-1)}\left(e^{\hat{\lambda}x^{\hat{\theta}}}-1\right)\left(\frac{j}{n+1}\right)...(28)$$

من الواضح ان المعادلات (28,27,26) مرتبطة غير خطية لذلك يصعب حلها بالطرق الاعتيادية ويمكن استعمال احدى الطرائق العددية ليجاد حلها كطريقة f solve .

المبحث الثالث

الجانب التطبيقي

3-1 تمهيد :

سنستعرض في هذا المبحث البيانات الحقيقية المستعملة في تقدير معالم ومعوليه لتوزيع المركب (الاسي_ ويبل) ذو الثلاث معلمات والمقارنة بين طرائق التقدير المستعملة ومن ثم اختيار افضل طريقة التي تمتلك اقل متوسط مطلق الخطأ النسبي .

وقد تم الحصول على نتائج التطبيق العملي بالاعتماد على برامج كتبت بلغة (MATLAB) كما موضح في الملحق وقد قسم الجانب التطبيقي إلى قسمين احدهما يتعلق بتقدير المعلمات وداله المعوليه والثاني متوسط مطلق الخطأ النسبي .

يتألف معمل نسيج الكوت التابع للشركة العامة للصناعات النسيجية من قسمين وهما قسم الغزل وقسم النسيج ، وقد تم اختيار قسم النسيج أذ أن القسم يضم منتجات متنوعة منها (الفانيلة ، الجواريب ، البيريات ، الأقمشة) , وقد جمعت البيانات عن المكائن الخاصة بقسم الغزل اذ اخذت اوقات الفشل المستغرق لها لحين الاشتغال لعينة بحجم 100 ماكنة وكما موضحة في الجدول (3) ادناه :

جدول (3)

يمثل بيانات العينة الحقيقية لأوقات التوقف لمده شهر واحد

10	9	12.5	3	9.5	18.5	8.5	13	7.5	4
9.5	17	1.5	9	11.5	18	21	13.5	15.5	16
8	22	20	2	15	14.5	7.5	4	2	4
6.5	26.5	7	7	8	3	5	7	14.5	18.5
10	14	12	14	9.5	14	9.5	15.5	17.5	6.5
12	4.5	18	21.5	13	3	12	8	4.5	20
11	8	12	18	8.5	5	12	3.5	3	6.5
18.5	9	15	14	20	12	22.5	1	27	8.5
8	5	5.5	8	21.5	7	20.5	4	10	15
12	12	2	1	19	16.5	17.5	13	16	14

جدول (4)

الجدول التكراري للقيم الحقيقية

Center of Classes	Fi
2.75	15
6.25	15
9.75	21
13.25	20
16.75	14
20.25	11
23.75	1
27.25	3
Sum	100

2-3 اختبار البيانات:

لاختبار البيانات المستخدمة في هذا البحث كونها تتبع التوزيع الاسي – ويبل ام لا لقد تم استعمال اختبار حسن المطابقة (Goodness of fit) لمعرفة توزيع البيانات لذلك يجب وضع الفرضية الاحصائية مفادها هو :

H_0 : توزيع البيانات هو توزيع الاسي- ويبل .

H_1: لا تتوزع البيانات توزيع الاسي-ويبل .

وبعد حساب معيار الاختبار وهو اختبار مربع كاي (Chi-Squared Statistic) كالاتي :

$$\chi_c^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

وبعد المقارنة بين القيمة المحتسبة للاختبار والقيمة الجدوليه الخاصة بالاختبار عند مستوى معنويه 0.05

جدول (5)

اختبار مربع كاي لاختبار البيانات

الاختبار	قيمة الأختبار	P-Value
Chi-Squared	2.541	0.703

بما أن قيمة P-Value لاختبار Chi-Squared أكبر من (α = 0.05) لذلك تقبل فرضية العدم القائلة بأن البيانات تتوزع توزيع (الاسي- ويبل).

3-3 تقدير معالم ومعوليه لتوزيع الاسي – ويبل

سنتناول في هذا الجزء عرض وتحليل نتائج التي توصلنا اليها عن طريق تطبيق الطرائق المذكرة سابقا على البيانات الحقيقية لتقدير معالم ومعوليه التوزيع الاحتمالي المركب (الاسي – ويبل) اجراء المقارنة بين الطرائق بالاعتماد على المقياس الاحصائي متوسط مطلق الخطأ النسبي وكما موضحة في الجداول الاتية :

الجدول (6)

يمثل القيم المعالم المقدرة باستعمال المحاكاة والقيم المقدرة للبيانات الحقيقة

التقدير / المعالم	smle	sols	rmle	rols
λ=0.1	0.0868	0.1196	0.0018	0.0089
θ=0.3	0.2881	0.284	1.1376	1.2582
B=0.2	0.2	0.17	1.9487	3.8449

حيث ان :

smle : تمثل تقدير بطريقه الامكان الاعظم باستعمال المحاكاة .

sols: يمثل التقدير بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية باستعمال المحاكاة .

rmle : تمثل تقدير بطريقه الامكان الاعظم باستعمال البيانات الحقيقية .

rols: يمثل التقدير بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية باستعمال البيانات الحقيقية .

الجدول (7)

يمثل قيم معيار متوسط مطلق الخطأ النسبي للمعالم المقدرة

RML / المعالم	MLE	OLS
Λ	0.0850	0.1107
Θ	0.8496	0.9742
Β	1.7488	3.6749

عن طريق النتائج التي تم الحصـــول عليها والموضـــحة في الجداول المذكورة أنفاً تبين ان طريقة الامكان الاعظم هي الافضل وذلك لامتلاكها اقل فرق مطلق ولجميع المعالم المقدرة.

اما بالنسبة لتقدير داله المعوليه فقد تبين تساوي (0.3372) باستعمال طريقة الامكان الاعظم وكذلك تساوي (0.0272) باستعمال طريقة المربعات الصغرى وهذا يدل على ان طريقة المربعات الصغرى هي الافضل .

المبحث الرابع

الاستنتاجات والتوصيات Conclusions & Recommendations

1 - الاستنتاجات :

عن طريق عرض ومناقشـــة نتائج البحث التي تم التطرق اليها بالمبحث الثالث أمكننا الوصـــول إلى جملة من الاستنتاجات ولعل أهمها :

1- أظهرت النتائج بان طريقة الامكان الاعظم أفضل من طريقة المربعات الصـغرى بالنسبة للمعالم المقدرة وذلك لانها حققت اقل متوسط مطلق الخطأ النسبي ولجميع المعالم .

2- أظهرت النتائج بان المربعات الصـغرى الاعتيادية أفضل من طريقة طريقة الامكان الاعظم بالنسبة لدالة المعوليه المقدرة وذلك لانها حققت اقل متوسط مطلق الخطأ النسبي.

3- البيانات المستعملة في هذا البحث كانت من نوع البيانات الكاملة .

2 - التوصيات :

في ضوء ما توصل اليه الباحث في هذا البحثان من استنتاجات يوصي بالاتي:

1- اجراء بحوث مســـتقبلية لتقدير دالة المعوليه للتوزيع المركب (الاســـي – ويبل) باســـتعمال بيانات مراقب تدريجية من النوع الاول او من النوع الثاني .

2- نوصـــي باســـتعمال طرائق تقدير اخرى غير الطرائق التي اســـتعملت بهذا البحث كطريقه المربعات الصـــغرى الموزونة او الطرائق البيزية و البيزية الخبرية او الطرائق الامعلميه واجراء المقارنه بينها .

3- اجراء دراسة عن نماذج مركبة اخرى كنموذج مركب (الاسي – رالي) او (الاسي – ماكس ويل) او غيرها من النماذج المركبة لما لذلك من اهمية في تقدير اوقات الاشتغال او الفشل .

4- يوصـــي الباحثان بتطبيق الانموذج الاحتمالي المركب (الاســـي- ويبل) في جوانب علمية مثل الجانب الطبي والهندسي والصناعية وغيره.

5- يمكن لشـركة واسـط العامة قسـم الحياكة ان تأخذ بنظر الاعتبار نتائج هذا البحث من حيث أفضـلية طرائق. التقدير المدروســة لكي يتســنى لمتخذي القرار و المســؤولين على الاقســام الانتاجية ملاحظة و معرفة معوليه كل طريقة و لكل زمن من أزمنة وقت الفشل .

المصادر العربية :

1: الجميلي , صبا صباح احمد .(2011) " مقارنة مقدرات بيز لدالة المعوليه لأنموذج ويبل للفشل باستعمال دوال خسارة مختلفة مع تطبيق عملي " اطروحة دكتوراه – جامعة بغداد.

2: جاسـم . خضـر نصـيف (2012) "مقارنة تقدير دالة المعوليه للتوزيع الاســي المختلط مع تطبيق عملي " , اطروحة دكتوراه , كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد .

3: نعمان , انعام عبد الرحمن (2012) " تصـــميم خطط عينات القبول للشـــركة العامة للصـــناعات الالكترونية باستخدام التوزيع الاسي" اطروحة دكتوراه, كلية الادارة والاقتصاد– جامعة بغداد .

المصادر الاجنبية:

4: Akinsete . A., Famoy. F., and Lee.c.(2009)."The beta – pareto distribution". statistics,vol.42.No.6,pp.547-563.

5: AL-Kadim .k. A. and . Boshi. M. A.(2013) "Exponential –Pareto Distribution " . Mathematical Theory and Modeling., Vol . 3, No.5 , pp.135-146.

6: Barreto –Souza.W;Santos.A.H.S;and Cordeiro.G.M.(2009) " The beta generalized exponential distribution" Statistics. Vol.42.No.6.PP.547-563.

7: Carl .L ; Felix. F ; and Olugbenga .O. (2007) " Beta –Weibull Distribution: Some Properties and Applications to Censored Data" Journal of Modern Applied Statitisticl Methods. Vol .6.No.1. PP.173-186.

8: Cordeiro.G.M ;Lemonte.A.J;(2011) " The beta – half – Cauchy Distribution. Journal of probability and Statistic ; Vol 2011 ; PP.1-18.

9: Gupta, R.D., and Kundu, D., (2000), Generalized Exponential Distribution: different method of estimation, Journal of statistical computation and simulation, vol.30, no.4, pp 315-338.

10: Lingji .K ; Catl.L ; and Sepanski .J.H. (2007) " On the Properties of beta – Gamma Distribution "Journal of Modern Applied Statitisticl Methods. Vol .6.No.1.PP.187-211.

11: Nadarajah .S; and Kot.S; (2004) " The beta Gumbel distribution " Math .probability .Eng; Vol.10 .PP.323-332.

12: Nasiri, P. 2006 "Estimation of parameters of generalized exponential distribution in person of outlier "

13: Paranaiba. P.F ,Ortega. M.M.E, Cordeiro . G.M, and Pescim.R.R. (2010) "The beta Burr XII distribution with application to lifetime data " Computational Statistics and Data Analysis . Vol. 2010 . pp 1-20.

14: Tahir.H.,Cordeiro.G.M.,Ayman.A.,Mansoor.M.and.Zubair.M.(2014) "A New Weibull – Pareto Distribution : Properties and Applications" Communications in Statistics – Simulation and Computation. Vol.2011, pp.1-26 .

الملحق (البرنامج)

```
clc
clear
n=100 ; λ=0.1; θ=0.3;B=0.2;
for i=1:n
   u=rand;
   x(i)=((1/ λ)*log(1-(1/B)*log((1-u))))^(1/ θ);
end
t1=sort(x');
     %%%%%%%%%%%%  Relibillty
% Rreal=exp(-B*(exp((λ *tr.^ θ))-1));
disp('%%%%%%%%%%%%%%%%%% simulation')
           %%%%%%%%%%%%%%% Maximum Likelhood Method
ss=abs(fsolve(@(s) MLE(x,s),[ λ θ B]));
Rmle=exp(-ss(3)*(exp((ss(1)*t1.^ss(2)))-1));
λ smle=ss(1); θ smle=ss(2);  Bsmle=ss(3);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%OLS Method
s=fsolve(@(s) ols(x,s),[ λ θ B]);
Rols=exp(-s(3)*(exp((s(1)*t1.^s(2)))-1));
λ sols=s(1); θ sols=s(2); Bsols=s(3);
disp('%%%%%%%%%%%%%%%%%% real')
```

```
x=[10;9.5;8;6.5;10;12;11;18.5;8;12;9;17;22;26.5;14;4.5;8;9;5;12;12.5;1.5;20;7;1
2;18;12;15;5.5;2;3;9;2;7;14;21.5;18;14;8;1;9.5;11.5;15;8;9.5;13;8.5;20;21.5;19;1
8.5;18;14.5;3;14;3;5;12;7;16.5;8.5;21;7.5;5;9.5;12;12;22.5;20.5;17.5;13;13.5;4;7
;15.5;8;3.5;1;4;13;7.5;15.5;2;14.5;17.5;4.5;3;27;10;16;4;16;4;18.5;6.5;20;6.5;8.5
;15;14];
t2=sort(x);
%%%%%%%%%%%%%% Maximum Likelihood Method
ss=abs(fsolve(@(s) MLE(x,s),[ λ θ B]));
Rrmle=exp(-ss(3)*(exp((ss(1)*t2.^ss(2)))-1));
λ rmle=ss(1); θrmle=ss(2);  Brmle=ss(3);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%OLS Method
s=fsolve(@(s) ols(x,s),[ λ θ 1.9]);
Rrols=exp(-s(3)*(exp((s(1)*t2.^s(2)))-1));
λ rols=s(1); θrols=s(2); Brols=s(3);
est={' λ ','θ','B'; λ, θ,B;'asmle','θsmle','Bsmle'; λ smle, θsmle,Bsmle;...
   ' λ sols','θsols','Bsols'; λ sols, θsols,Bsols;...
   ' λ rmle','θrmle','Brmle'; λ rmle, θrmle,Brmle;...
   ' λ rols','θrols','Brols'; λ rols, θrols,Brols}
rang={'rangmle_ λ ','rangols_ λ ','rangmle_θ','rangols_θ',...
   'rangmle_B','rangols_B','Rrangmle','Rrangols';...
   abs(λ smle- λ rmle),abs(λ sols- λ rols),abs(θsmle-θrmle),abs(θsols-θrols)...
   ,abs(Bsmle-Brmle),abs(Bsols-Brols),mean(abs(Rmle-
Rrmle)),mean(abs(Rols-Rrols))}
```