

شكل الحد الكفاء بظل الافتراضات المختلفة حول البيع القصير والإقراض والافتراض الخالي من المخاطرة

م. د. ميثم ربيع هادي

كلية الإدارة والاقتصاد – جامعة كربلاء

المستخلص

ان لأغلب الأوراق المالية المتاحة للاستثمار نتائج غير مؤكدة وبالتالي فهي خطيرة. والمشكلة الرئيسية التي يواجهها كل مستثمر هي في تحديد الورقة المالية الخطرة الواجب امتلاكها. ولان المحفظة هي مجموعة أوراق مالية فان هذه المشكلة تتمثل باختيار المستثمر للمحفظة المثلى من بين مجموعة المحافظ الممكنة. وعلى وفق ذلك فان هذه الحالة غالبا "ما يشار إليها بمشكلة اختيار المحفظة. وكانت هناك محاولات كثيرة لإيجاد حلول لهذه المشكلة ابتدأت بالطروحات المعقدة لماركوتز، مروراً "بإسهامات تويين وشارب ولينتر، وانتهاءً "بالمداخل التبسيطية الأكثر حداثة طروحات ماركوتز أفضت إلى اشتقاق الحد الكفاء بالاستناد لجملة من الافتراضات المتطرفة ولا سيما "فيما يتعلق بالبيع القصير والإقراض والافتراض الخالي من المخاطرة. لذا يسعى هذا البحث للكشف عن شكل الحد الكفاء بظل مختلف الافتراضات الأصلية المتطرفة والبديلة الأكثر واقعية فيما يخص البيوع القصيرة والإقراض والافتراض الخالي من المخاطرة. وقد توصل البحث لعدد من الاستنتاجات من أهمها ان الحد الكفاء يتخذ أشكالا "مختلفة بظل الافتراضات المختلفة حول قدرة المستثمرين على البيع القصير وعلى الإقراض والافتراض بالمعدل الخالي من المخاطرة. إذ تتسع مجموعة فرص المحافظ الكفاءة المتاحة أمام المستثمر حينما يكون مسموحاً "له ممارسة البيع القصير ويتخذ حده الكفاء شكلاً "منحنياً" مقعراً "مفتوح النهاية العليا بعكس منحنى الحد الكفاء لماركوتز المغلق النهائيين (محفة أدنى تباين – محفظة أقصى عائد). كما ان إضافة الموجود الخالي من المخاطرة لمكونات محفظة المستثمر يمثل فرصاً "جديدة توسع المجموعة الممكنة بشكل كبير، و ما هو أكثر أهمية انه يغير موقع وشكل جزءا كبيرا من المجموعة الكفاءة لماركوتز وبالنتيجة يغير المحفظة المثلى للمستثمر. وتوصل البحث لعدد من التوصيات أهمها، ضرورة تثقيف مجتمع المستثمرين في سوق العراق للأوراق المالية بحقيقة شكل الحد الكفاء الذي يتعاملون معه في الواقع العملي بظل الممارسات السائدة المسموح بها في السوق فيما يتصل بالبيع القصير والإقراض والافتراض الخالي من المخاطرة.

Abstract

Most securities available for investment have uncertain outcomes and are thus risky. The basic problem facing each investor is to determine which particular risky securities to own. Because a portfolio is a collection of securities, this problem is equivalent to the investor selecting the optimal portfolio from a set of possible portfolios. Hence, this situation is often referred to as the portfolio selection problem. Many trails were to find solution to this problem, begins with the complicated ideas of Markowitz, passing through the contributions of Tobin, Sharpe, & Lintner, and ending with the most modern simplification approaches. Markowitz's ideas are led to derivation of efficient frontier subject to a set of the extreme assumptions, especially in the respect to short selling & riskless lending and borrowing. Thus, this paper is aimed to derive the efficient frontier subject to a different original extreme & most reality alternative assumptions. This paper is reached to many conclusions, most important among them is that an efficient frontier takes a different shapes subject to the different assumptions in the respect of investors' ability to sell short & to riskless lending and borrowing. The set of efficient portfolio opportunities available for investor is expanded when allowed for him to exercise short selling and his efficient frontier takes a concave curve shape with open upper end in contrast to the Markowitz's efficient frontier curve with both ends closed (minimum variance portfolio – maximum return portfolio). Adding of riskless asset to the components of investor's portfolio is represent a new opportunities expanding the feasible set significantly and, more important, changes the location & shape of substantial part of Markowitz's efficient frontier. The paper is approached to many recommendations, most important among them is necessity to educate the investors' population, in the Iraqi stock exchange, about the real shape of their efficient frontier which they faced in their environment.

1. المقدمة :

ان هناك عدداً غير محدود من المحافظ التي بالإمكان بناؤها من مجموعة من الأوراق المالية. والسؤال المطروح هو هل ان المستثمر بحاجة لتحليل وتقييم جميع هذه المحافظ؟ لحسن الحظ ان الإجابة كلا. والسبب الرئيس في ان المستثمر بحاجة فقط لتحليل مجموعة فرعية من المحافظ المتاحة يكمن في مبرهنة الحد الكفاء التي تنص بان المستثمر سيختار محفظته المثلى من مجموعة المحافظ التي:

1. تقدم له أقصى عائد متوقع عند المستويات المختلفة من المخاطرة و
2. تعرضه لأدنى مخاطرة عند المستويات المختلفة من العائد المتوقع

ومجموعة المحافظ التي تلبي هذين الشرطان تعرف بالمجموعة الكفاءة (أو الحد الكفاء). اشتقاق هذا الحد ورسومه يستند لجملة من الافتراضات، ومن أهمها الافتراضات المتعلقة بالبيع القصير والإقراض والاقتراض. وعلى وفق ذلك يستهدف هذا البحث بيان شكل هذا الحد بظل الافتراضات البديلة المختلفة. ولأجل ذلك جرى تقسيم البحث إلى أربعة أجزاء خصص الأول منها للمنهجية، والثاني لمناقشة وتحليل واشتقاق أشكال الحد الكفاء بغياب وحضور البيع القصير، والثالث لمناقشة وتحليل واشتقاق أشكال الحد الكفاء بظل الافتراضات المختلفة عن معدل الإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة، واختتم البحث بالجزء الرابع الذي خصص للاستنتاجات والتوصيات.

2. المنهجية :

1.2 المشكلة: يحاول هذا البحث الإجابة على التساؤلات الآتية :

1. كيف يكون شكل الحد الكفاء للمستثمر إذا لم يكن مسموحاً له بممارسة البيع القصير للأوراق المالية؟
2. مالذي يحصل لشكل الحد الكفاء إذا سمح للمستثمر ببيع الأوراق المالية بالأجل؟
3. كيف يكون شكل الحد الكفاء إذا كان بإمكان المستثمر إقراض واقتراض الأموال بالمعدل الخالي من المخاطرة؟
4. مالذي يحصل لشكل الحد الكفاء للمستثمر إذا كان بإمكانه إقراض أمواله بالمعدل الخالي من المخاطرة لكن لايمكنه الاقتراض بذلك المعدل؟
5. مالذي يحصل لشكل الحد الكفاء إذا كان بإمكان المستثمر إقراض واقتراض الأموال لكن بمعدلات مختلفة؟

2.2 الأهمية : يستند هذا البحث أهميته من أهمية موضوعه وكالاتي :

1. ان اهتمام المستثمرين ينصب على مجموعة المحافظ الكفاءة التي تشكل الحد الكفاء. فمن خلال هذا الحد يستطيع المستثمر اختيار محفظته المثلى التي تتلائم وتفضيلاته على بعدي العائد والمخاطرة.
2. ان المقدرة على البناء العلمي للمحافظ الكفاءة تعد الأساس في تفوق مديري المحافظ والمستثمرين على متوسط أداء المتعاملين بالسوق. لذلك فان الفهم العلمي لشكل الحد الكفاء يشكل قاعدة لنجاحهم وتفوقهم.
3. حينما نتحدث عن شكل الحد الكفاء فإننا نتحدث عن حجم مجموعة الفرص المتاحة أمام المستثمر لبناء محافظه الكفاءة المثلى. فليس المهم ان يعرف المستثمر ان حده الكفاء "خطاً مستقيماً" أم منحنيًا" إنما المهم ان يعرف مدلولات ذلك بالنسبة لاستراتيجياته في الاستثمار. بعبارة أخرى، هل ان شكل حده الكفاء بظل الافتراضات التي تنسجم وواقعه يوسع من فرص الاستثمار المتاحة أمامه أم يقلصها؟ فضلاً عن ان شكل الحد الكفاء له ارتباط مباشر بدرجة تعقيد الاشتقاق الرياضي له. فحينما نتحدث عن الاشتقاق الرياضي لحد كفاء بشكل خطأ مستقيماً يكون الكلام ابسط بكثير من التحدث عن الاشتقاق الرياضي لحد كفاء بشكل منحني. وهذا هو جوهر ماسعت إليه الطروحات التبسيطية مابعد ماركوتز.

3.2 الاهداف : يسعى هذا البحث إلى تحقيق الاهداف الآتية:

1. مناقشة وتحليل واشتقاق شكل الحد الكفاء بغياب البيع القصير.
2. مناقشة وتحليل واشتقاق شكل الحد الكفاء بظل السماح بالبيع القصير.
3. مناقشة وتحليل واشتقاق شكل الحد الكفاء بظل مقدرة المستثمر على الإقراض والاقتراض بالمعدل الخالي من المخاطرة.
4. مناقشة وتحليل واشتقاق شكل الحد الكفاء بظل مقدرة المستثمر على الإقراض ولكن ليس الاقتراض بالمعدل الخالي من المخاطرة.
5. مناقشة وتحليل واشتقاق شكل الحد الكفاء بظل مقدرة المستثمر على الإقراض والاقتراض لكن بمعدلين مختلفين.

3. شكل الحد الكفاء بحضور وغياب البيع القصير :

يؤكد ماركوتز على ضرورة ان تستند قرارات محافظ المستثمرين كلية" إلى العوائد المتوقعة والانحرافات المعيارية. بمعنى ان المستثمر يجب ان يقدر العائد المتوقع والانحراف المعياري لكل محفظة ثم يختار أفضل محفظة على أساس الحجم النسبي لهاتين المعلمتين. والفكرة وراء هذا التأكيد واضحة جداً. فالعائد المتوقع يمكن عده مقياساً للعائد المحتمل المصاحب لأية محفظة والانحراف المعياري يمكن النظر إليه بوصفه مقياساً للمخاطرة المصاحبة لأية محفظة. وحالما تختبر كل محفظة بدلالة عاندها المتوقع ومخاطرتها فيكون بمقدور المستثمر تحديد المحفظة الارغب بالنسبة إليه (Alexander, et.al., 2001:120).

ان العائد المتوقع على المحفظة المكونة من موجودين هو كالآتي (Mayo,2000:174);(McMenamin,1999:188):

$$R_P = X_A R_A + X_B R_B \dots\dots\dots(1)$$

إذ : X_A : نسبة الأموال المستثمرة في الموجود (A) الداخلة في تركيبة المحفظة.

X_B : نسبة الأموال المستثمرة في الموجود (B) الداخلة في تركيبة المحفظة.

R_P : العائد المتوقع للمحفظة

R_A : العائد المتوقع للموجود (A)

R_B : العائد المتوقع للموجود (B)

فضلاً عن ذلك، وما دمنا نفترض ان المستثمر مطالب باستثمار أمواله بالكامل، فإن النسبة التي يستثمرها في (A) زانداً النسبة التي يستثمرها في (B) يجب ان تساوي الواحد الصحيح أو (Ross,et.al.,2000:386):

$$X_A + X_B = 1$$

وبالإمكان إعادة كتابة هذه الصيغة كالآتي:

$$X_B = 1 - X_A \dots\dots\dots (2)$$

وبتعويض المعادلة (2) بالمعادلة (1) بالإمكان التعبير عن العائد المتوقع للمحفظة المكونة من موجودين كالآتي :

$$R_P = X_A R_A + (1 - X_A) R_B$$

يلاحظ بان العائد المتوقع للمحفظة هو المتوسط الموزون البسيط للعوائد المتوقعة للأوراق الفردية وان مجموع الأوزان يساوي الواحد الصحيح. وهذا لا ينطبق بالضرورة على مخاطرة (الانحراف المعياري¹ للعوائد) المحفظة. إذ ان الانحراف المعياري لعوائد المحفظة هو كالآتي (Arnold,1998:249);(Jones,1998:188):

$$\sigma_P = (X_A^2 \sigma_A^2 + X_B^2 \sigma_B^2 + 2X_A X_B \sigma_{AB})^{1/2}$$

إذ : σ_P : الانحراف المعياري لعوائد المحفظة

σ_A^2 : التباين بعوائد الورقة (A)

σ_B^2 : التباين بعوائد الورقة (B)

σ_{AB} : التباين المشترك بين عوائد الورقتان (A) و (B)

وإذا ماتم تعويض المعادلة (2) بهذه الصيغة نحصل على الآتي :

$$\sigma_P = \{X_A^2 \sigma_A^2 + (1 - X_A)^2 \sigma_B^2 + 2X_A(1 - X_A)\sigma_{AB}\}^{1/2} \dots\dots\dots(3)$$

ولابد من الإشارة إلى ان $\sigma_{AB} = \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B$ إذ ان ρ_{AB} هو معامل الارتباط بين الورقتان (A) و (B)، بالتالي فان المعادلة (3) تصبح (Weston and Brigham,1978:355) :

$$\sigma_P = \{X_A^2 \sigma_A^2 + (1 - X_A)^2 \sigma_B^2 + 2X_A(1 - X_A) \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B\}^{1/2} \dots\dots\dots(4)$$

فالانحراف المعياري للمحفظة هو عامة ليس المتوسط الموزون البسيط للانحرافات المعيارية للأوراق المالية² (Alexander,et.al.,2001:132). ولغرض التعمق في دراسة هذه العلاقة، سنناقش بعض الحالات الخاصة التي تشتمل على درجات مختلفة من التحرك المشترك بين الورقتان الماليّتان.

ان أقصى قيمة لمعامل الارتباط هي (+1) وأقل قيمة (-1). القيمة (+1) تعني بان الورقتان تتحركان دوماً باتجاه خطي واحد تام بينما القيمة (-1) تعني بان تحركاتهما معاكسة لبعضها البعض تماماً. سنبدأ بمناقشة هاتين الحالتين المتطرفتين ثم ننقل لبعض القيم الوسيطة لمعاملات الارتباط. وكأداة مساعدة في تفسير النتائج، سنطرح مثلاً "على سهمين: (C) و (S) فضلاً عن الصيغ العامة للمخاطرة والعائد. افترض ان للسهمين الخصائص الآتية:

¹ ان المقياس المفيد للمخاطرة يجب ان يأخذ بعين الاعتبار بطريقة ما احتمالات النتائج السلبية الممكنة المختلفة ومقاديرها المتوقعة. وبدلاً من قياس احتمال عدد النتائج الممكنة المختلفة فان مقياس المخاطرة يجب ان يقدر بطريقة ما المدى الذي ربما يتعد فيه النتيجة الفعلية عن النتيجة المتوقعة. والانحراف المعياري هو مثال على هذا المقياس لأنه يقدر التباين المحتمل للعائد الفعلي عن العائد المتوقع (Sharpe and Alexander,1990:145).
² ان الانحراف المعياري للمحفظة هو اقل من المتوسط الموزون للانحرافات المعيارية الفردية وهذه الحقيقة هي الدافع لتنويع المحفظة. فالتنويع يفضي إلى تخفيض المخاطرة لان الانحراف المعياري للمحفظة سيكون اقل عامة من المتوسط الموزون للانحرافات الفردية (Alexander,et.al.,2001:155). والسبب في فشل المتوسط الموزون بتمثيل الانحراف المعياري الصحيح للمحفظة هو تجاهله للعلاقة، او التباين المشترك، بين عوائد الأوراق المالية (VanHorne,2004:53).

السهم	العائد المتوقع	الانحراف المعياري
C	%14	%6
S	%8	%3

الحالة (1) الارتباط الموجب التام ($\rho = +1$):

إذا كان معامل الارتباط ($+1$) فإن معادلة مخاطرة المحفظة (المعادلة 4) تتبسط لتصبح (Garbade,1982:132):

$$\sigma_P = \{X_C^2 \sigma_C^2 + (1-X_C)^2 \sigma_S^2 + 2X_C(1-X_C) \sigma_C \sigma_S\}^{1/2} \dots\dots\dots(5)$$

وطالما أن مفكوك الحد المرفوع للقوة تربيع $(X+Y)^2$ هو $(X^2+2XY+Y^2)$ فإن الصيغة (5) بالإمكان كتابتها كالآتي:

$$\{X_C \sigma_C + (1-X_C) \sigma_S\}^2$$

وطالما أن الانحراف المعياري للمحفظة يساوي الجذر التربيعي الموجب لهذه الصيغة، فإن:

$$\sigma_P = X_C \sigma_C + (1-X_C) \sigma_S$$

والعائد المتوقع للمحفظة هو (Garbade,1982:132):

$$R_P = X_C R_C + (1-X_C) R_S$$

عليه، وبظل معامل الارتباط ($+1$) فإن كل من مخاطرة وعائد المحفظة يكونان توليفات خطية بسيطة من مخاطرة وعائد الأوراق المالية المكونة لها. وتركيبية هاتان المعادلتان تعني بأن جميع المحافظ التي تجمع بين الورقتين المرتبطتين ببعض ارتباطاً "موجباً" تماماً سوف تقع على خط مستقيم في فضاء المخاطرة والعائد (Elton and Gruber,1995:72).

وسنوضح صحة ذلك بالعودة لمثالنا. بالنسبة للسهمين محل البحث فإن:

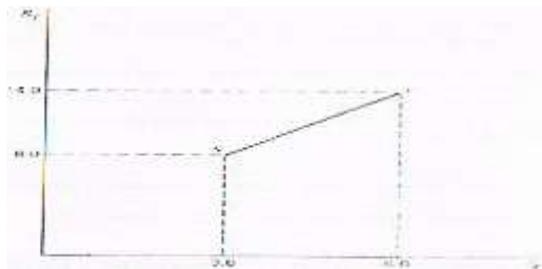
$$R_P = 14X_C + 8(1-X_C) = 8 + 6 X_C$$

$$\sigma_P = 6X_C + 3(1-X_C) = 3 + 3 X_C$$

ويعرض الجدول (1) عائد المحفظة بظل قيم مختارة لـ (X_C) . ويعرض الشكل (1) صورة هذه العلاقة.

الجدول (1) العائد المتوقع والانحراف المعياري لمحفظة السهمين (C) و (S) حينما ($\rho = +1$)

X_C	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0
R_P	8	9.2	10.4	11	11.6	12.8	14
σ_P	3	3.6	4.2	4.5	4.8	5.4	6



الشكل (1) العلاقة بين العائد المتوقع والانحراف المعياري حينما ($\rho = +1$)

ويلاحظ بأن العلاقة عبارة عن خط مستقيم. وبالإمكان بسهولة اشتقاق معادلة الخط المستقيم كالآتي:

$$X_C = (\sigma_P / 3) - 1$$

وبتعويض هذه الصيغة بمعادلة (σ_P) وإعادة الترتيب نحصل على الآتي:

$$R_P = 2 + 2 \sigma_P$$

هذا يعني أنه في حالة الموجودات المرتبطة ببعض ارتباطاً "موجباً" تماماً، فإن عائد ومخاطرة المحفظة المكونة لهما يكون المتوسط الموزون لعائد ومخاطرة الموجودات الفردية. فإشراء الموجودين لن يترتب عليه انخفاض في المخاطرة. وهذا يمكن ملاحظته بالشكل (1) إذ أن توليفات الموجودين تقع على طول الخط المستقيم الرابط بين الموجودين.

الحالة (2) الارتباط السالب التام ($\rho = -1$):

في هذه الحالة فإن الانحراف المعياري للمحفظة يكون (بالاستناد للمعادلة 4) وبظل ($\rho = -1$) (Garbade,1982:133):

$$\sigma_P = \{X_C^2 \sigma_C^2 + (1-X_C)^2 \sigma_S^2 - 2X_C(1-X_C) \sigma_C \sigma_S\}^{1/2} \dots\dots\dots(6)$$

مربع هذه الصيغة (التباين) يمكن تبسيطه أيضا". فهو يعادل واحدة من الصيغتين الآتيتين :

$$\{X_C \sigma_C - (1-X_C) \sigma_S\}^2$$

أو

$$\{-X_C \sigma_C + (1-X_C) \sigma_S\}^2 \dots\dots\dots(7)$$

وبالتالي فإن (σ_P) أما ان تكون :

$$\sigma_P = X_C \sigma_C - (1-X_C) \sigma_S$$

أو

$$\sigma_P = -X_C \sigma_C + (1-X_C) \sigma_S \dots\dots\dots(8)$$

و ما دنا نأخذ الجذر التربيعي لنحصل على صيغة (σ_P) ولان الجذر التربيعي للرقم السالب هو خيالي فإن أي من المعادلتين أعلاه تصح فقط حينما يكون جانبها الأيمن موجبا". التمعن بالمعادلتين يظهر بان الجانب الأيمن للمعادلة الأولى هو ببساطة الجانب الأيمن للمعادلة الثانية مضروبا بـ(-1). بالتالي فإن كل معادلة تكون صحيحة فقط حينما يكون جانبها الأيمن موجبا". وما دامت الأولى دائما تكون موجبة حينما تكون الأخرى سالبة (باستثناء الحالة التي تكون فيها كلتا المعادلتين مساوية للصفر) فإن هناك حلا" خاصا" ومتفردا" لعائد ومخاطرة أية محفظة مكونة من الورقتين (C) و (S). هذه المعادلات مشابهة جدا للمعادلات التي تم التوصل إليها حينما كان الارتباط (+1). وكلاهما يرسم أيضا" كخط مستقيم حينما يرسم (σ_P) مقابل (X_C). أما قيمة (σ_P) بالمعادلة (7) أو

(8) فهي تكون دائما" اصغر من قيمة (σ_P) للحالة التي يكون فيها الارتباط موجبا" تاما" (المعادلة 5) ولجميع قيم (X_C) التي تتراوح بين الصفر والواحد الصحيح. عليه، فإن مخاطرة المحفظة الموجودة حينما يكون معامل الارتباط (-1) تكون اصغر مما لو كان معامل الارتباط (+1). وإذا كانت الورقتان مرتبطتين ببعض ارتباطا" سالبا" تاما" فيجب ان يكون من الممكن دائما" إيجاد محافظ تضم هذين الموجودين ومخاطرتهما صفر (Weston,et.al.,1996:195). فبجعل المعادلة (7) أو المعادلة (8) مساوية للصفر فإن (X_C) التي تجعل مخاطرة المحفظة مساوية للصفر تكون ($\sigma_S / (\sigma_S + \sigma_C)$). وما دام ($\sigma_S > 0$) وان ($\sigma_C > \sigma_S$) فإن هذا يعني ان ($0 < X_C < 1$) أو ان المحفظة ذات المخاطرة الصفرية ستتضمن دائما" استثمارا" موجبا" بـكلتا الورقتين (Elton and Gruber,1995:74-75). والآن لنعود إلى مثالنا، أدنى مخاطرة تتحقق حينما $\{X_C = 3/(3+6) = 1/3\}$. فضلا عن ، وبالنسبة لحالة الارتباط السالب التام التي

$$R_P = 8 + 6 X_C \quad \text{يكون فيها:}$$

$$\sigma_P = 6 X_C - 3 (1-X_C)$$

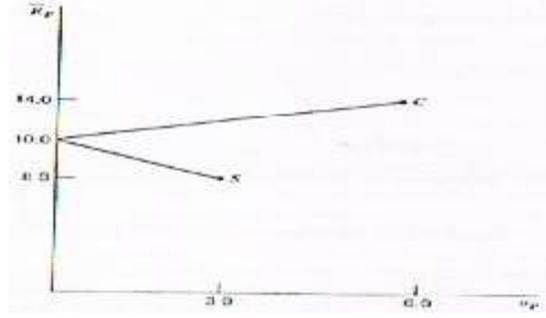
أو

$$\sigma_P = - 6 X_C + 3 (1-X_C)$$

فان هناك معادلتين تربطان (σ_P) بـ(X_C). ومعادلة واحدة فقط منهما هي المناسبة لأية قيمة تأخذها (X_C). فالمعادلة المناسبة لتعريف (σ_P) لأية قيمة تأخذها (X_C) هي المعادلة التي يكون فيها ($\sigma_P \geq 0$). إذ يلاحظ لو ان ($\sigma_P > 0$) من إحدى المعادلتين فإن ($\sigma_P < 0$) للمعادلة الأخرى. ويعرض الجدول (2) عائد المحفظة لقيم مختارة لـ(X_C) ويعرض الشكل (2) الرسم البياني لهذه العلاقة.

الجدول (2) العائد المتوقع والانحراف المعياري لمحفظة السهمين (C) و (S) حينما ($\rho = -1$)

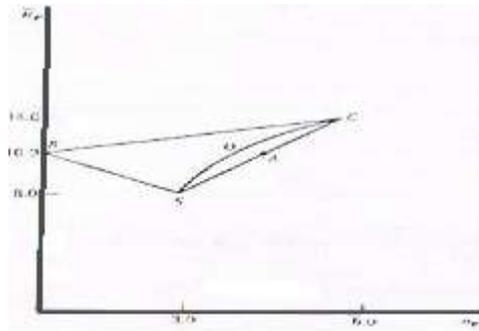
1.0	0.8	0.6	0.4	0.2	0	X_C
14	12.8	11.6	10.4	9.2	8	R_P
6	4.2	2.4	0.6	1.2	3	σ_P



الشكل (2) العلاقة بين العائد المتوقع والانحراف المعياري حينما $(\rho = -1)$

ويلاحظ بان التوليفة التي تضم الورقتان موجودة وتقدم محفظة صفرية المخاطرة¹ فإذا ما وظفت المعادلة أعلاه لبناء المحفظة صفرية المخاطرة فإن (X_C) يجب ان تساوي $3/(3+6)$ أو $(1/3)$. وبالإمكان إثبات صحة ذلك في الشكل (2) أو من خلال تعويض $(1/3)$ محل (X_C) في معادلة مخاطرة المحفظة المطروحة سلفاً. وفي ذلك، للمرة الثانية، إثبات للنتيجة الأقوى للتنوع ألا وهي قدرة توليفات الأوراق المالية على تخفيض المخاطرة. وفي الواقع ليس خرقاً للعادة ان تكون لتوليفات الورقتان المائتان مخاطرة أقل من مخاطرة أي من الموجودات المكونة للتوليفة.

ما طرح إلى الآن هو محافظ الموجودات الخطرة بالنسبة للارتباط الموجب التام والسالب التام. ويعرض الشكل (3) الرسم البياني لهاتين العلاقتين مع بعض. ومن هذا الشكل يجب ان نكون قادرين على ان نحدد بالبداهة أين يجب ان تقع محافظ هذين السهمين إذا كانت معاملات الارتباط فيما بينهما تتخذ قيماً "متوسطة لامتدرة". ومن صيغة الانحراف المعياري (المعادلة 4) نلاحظ بأنه ولاية قيمة من قيم (X_C) التي تقع بين الصفر والواحد الصحيح، كلما انخفض الارتباط انخفض الانحراف المعياري للمحفظة. ويصل الانحراف المعياري لأدنى مستوياته حينما $(\rho = -1)$ (المنحنى SBC) ولأعلى مستوياته حينما $(\rho = +1)$ (المنحنى SAC). لذلك فان هذين المنحنيين يجب ان يمثل الحدين اللذين يجب ان تقع بداخلهما جميع محافظ هاتان الورقتان بالنسبة للقيم المتوسطة لمعامل الارتباط. ومن المتوقع ان يفضي الارتباط المتوسط إلى منحنى مثل المنحنى (SOC) الظاهر في الشكل (3). وسنثبت ذلك بالرجوع إلى مثالنا وبناء العلاقة بين مخاطرة وعائد محافظ السهمين (C) و (S) حينما يفترض ان يكون معامل الارتباط (صفر) و $(+0.5)$.



الشكل (3) العلاقة بين العائد المتوقع والانحراف المعياري لمختلف معاملات الارتباط

الحالة (3) عدم وجود علاقة بين عوائد الموجودات $(\rho = 0)$:

ان صيغة عائد المحفظة تظل على حالها دو تغيير لكن حد التباين المشترك يتلاشى وتصبح صيغة الانحراف المعياري كالاتي (Garbade,1982:134-135):

$$\sigma_P = \{X_C^2 \sigma_C^2 + (1-X_C)^2 \sigma_S^2\}^{1/2}$$

وبالنسبة لمثالنا فان هذا يفضي للاتي :

$$\sigma_P = \{(6)^2 X_C^2 + (3)^2 (1-X_C)\}^{1/2}$$

$$\sigma_P = (45X_C^2 - 8X_C + 9)^{1/2}$$

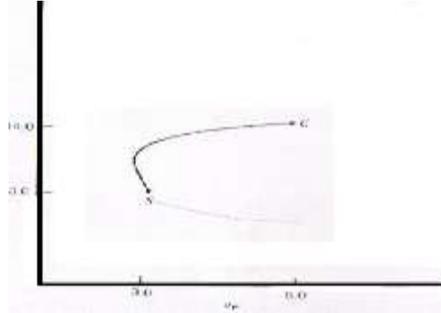
ويعرض الجدول (3) عوائد والانحرافات المعيارية لمحافظ السهمين بظل قيم مختارة لـ (X_C) .

¹ وهذا صحيح على الرغم من حقيقة ان كل من الموجودات خطر بمفرده. فمن خلال مزج الموجودات بالتوليفة المناسبة يمكن التخلص بالكامل من أية حالة لاتاكد على عائد المحفظة وهذا يبين سبب عدم إمكانية تجاهل التباين المشترك عند تحديد مخاطرة المحفظة (Garbade,1982:134).

الجدول (3) العائد المتوقع والانحراف المعياري لمحفظه السهمين (C) و (S) بظل ($\rho = 0$)

1.0	0.8	0.6	0.4	0.2	0	X_C
14	12.8	11.6	10.4	9.2	8	R_P
6	4.84	3.79	3	2.68	3	σ_P

والعرض البياني لمخاطر وعوائد هذه المحافظ ظاهر في الشكل (4).



الشكل (4) العلاقة بين العائد المتوقع والانحراف المعياري حينما ($\rho = 0$)

هناك نقطة واحدة في هذا الشكل جديرة بالانتباه والاهتمام وهي محفظة أدنى مخاطرة أو محفظة أدنى تباين¹ (Minimum Variance Portfolio). فهذه المحفظة يمكن إيجادها عبر معادلة المخاطرة وكالاتي :

$$\sigma_P = \{X_C^2 \sigma_C^2 + (1-X_C)^2 \sigma_S^2 + 2X_C(1-X_C) \sigma_C \sigma_S \rho_{CS}\}^{1/2}$$

ولغرض إيجاد قيمة (X_C) التي تحقق التمنية لهذه المعادلة سوف نشتقها بالنسبة لـ (X_C) ونجعل المشتقة مساوية للصفر ونحلها لإيجاد قيمة (X_C). المشتقة هي كالاتي :

$$\partial \sigma_P \div \partial X_C = \{2X_C \sigma_C^2 - 2\sigma_S^2 + 2X_C \sigma_S^2 + 2\sigma_C \sigma_S \rho_{CS} - 4X_C \sigma_C \sigma_S \rho_{CS}\} \div \{X_C^2 \sigma_C^2 + (1-X_C)^2 \sigma_S^2 + 2X_C(1-X_C) \sigma_C \sigma_S \rho_{CS}\}^{1/2}$$

وبجعل هذه المشتقة مساوية للصفر وحلها لإيجاد قيمة (X_C) نحصل على الاتي :

$$(X_C) = (\sigma_S^2 - \sigma_C \sigma_S \rho_{CS}) \div (\sigma_C^2 + \sigma_S^2 - 2\sigma_C \sigma_S \rho_{CS}) \dots\dots\dots (9)$$

واستمرارا مع المثال السابق، فإن قيمة (X_C) التي تدني المخاطرة هي :

$$X_C = 9/(9+36) = 1/5 = 0.20$$

وهذه هي محفظة أدنى تباين الظاهرة في الشكل (4).

الحالة (4) الارتباط المتوسط ($\rho = 0.5$) :

ان الارتباط بين أي سهمين في الواقع العملي يكون دائما أكبر من الصفر وقل بكثير من الواحد الصحيح. ولبيان طبيعة العلاقة الأكثر شيوعا بين مخاطرة وعائد السهمين فقد اخترنا تفحص العلاقة حينما ($\rho = 0.5$). ان معادلة مخاطرة المحفظة المكونة من السهمين (C) و (S) حينما يكون الارتباط (0.5) هي كالاتي :

$$\sigma_P = \{(6)^2 X_C^2 + (3)^2 (1-X_C)^2 + 2X_C(1-X_C) (3)(6)(1/2)\}^{1/2}$$

$$\sigma_P = (27 X_C^2 + 9)^{1/2}$$

ويعرض الجدول (4) عوائد ومخاطر المحافظ البديلة للسهمين حينما يكون الارتباط بينهما (0.5).

الجدول (4) العائد المتوقع والانحراف المعياري لمحافظ السهمين (C) و (S) حينما ($\rho = 0.5$)

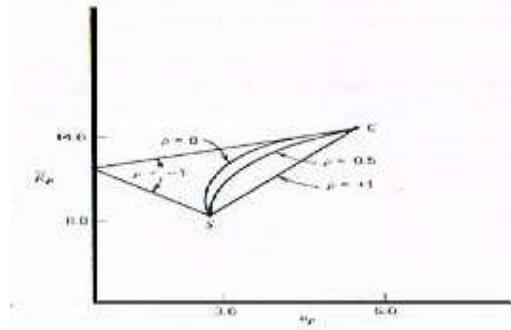
1.0	0.8	0.6	0.4	0.2	0	X_C
14	12.8	11.6	10.4	9.2	8	R_P
6	5.13	4.33	3.65	3.17	3	σ_P

وهذه العلاقة بين المخاطرة والعائد مصورة في الشكل (5) إلى جانب علاقات المخاطرة - العائد للقيم المتوسطة الأخرى لمعامل الارتباط. ويلاحظ بأنه لو كان الارتباط (0.5) في المثال فإن أدنى مخاطرة يتم الحصول عليها عندما ($X_C=0$) أو حينما يضع المستثمر (100%) من أمواله في السهم (S). وهذه النقطة بالإمكان اشتقاقها تحليليا من المعادلة (9). فاستخدام هذه المعادلة يفرضي للاتي :

$$X_C = \{9-18(0.5)\} / \{9+36-2(18)(0.5)\} = 0$$

¹ ان محفظة ادنى تباين هي المحفظة صاحبة اصغر مخاطرة من أي محفظة ممكنة أخرى (Elton & Gruber, 1995:83).

وفي هذا المثال ليس هناك من محفظة تضم الورقتان ومخاطرتها اقل من المخاطرة الأصغر من بين مخاطر الورقتين، حتى وان ظلت مخاطرة المحافظ اقل مما كانت عليه في حالة الارتباط الموجب التام. القيمة الدقيقة لمعامل الارتباط الذي لا توجد بظله محفظة الورقتين التي مخاطرتها اقل من المخاطرة الأصغر من بين مخاطر الورقتين، تعتمد على خصائص الموجودات محل الاهتمام. وبالتحديد، بالنسبة لجميع الموجودات، هناك قيمة معينة لـ (ρ) تحول دون ان تصبح مخاطرة المحفظة اقل من المخاطرة الأصغر من بين مخاطرتي الموجودين المكونين للمحفظة¹ (Elton and Gruber,1995:79).



الشكل (5) العلاقة بين العائد المتوقع والانحراف المعياري بظل معاملات ارتباط مختلفة

لقد توصلنا من تحليل محافظ الورقتين السابق إلى بعض النقاط المهمة. أولاً، كلما انخفض معامل الارتباط بين الموجودين (اقتراب من -1) زادت منافع التنوع بثبات العوامل الأخرى ثانياً، ان مخاطرة محافظ الورقتين لا يمكن ان تكون اكبر من تلك التي يتم الحصول عليها من الخط المستقيم الرابط بين الموجودين في فضاء العائد المتوقع - الانحراف المعياري ثالثاً، ان طروحات التحوط المعاصرة غيرت الكثير من المفاهيم التي كانت تعد من المسلمات إلى حد وقت قريب جداً. فالمعادلة (9) تؤكد بان مخاطرة المحفظة يمكن جعلها مساوية للصفر بغض النظر ان حجم واتجاه الارتباط بين الموجودين المكونين للمحفظة. والفكرة تكمن في اتخاذ المراكز المتعاكسة بالموجودات المرتبطة ببعض بعلاقات طردية قوية. بمعنى اتخاذ مركز طويل موجب (شراء) بموجود واتخاذ مركز قصير سالب (بيع قصير) بالموجود الآخر تبعاً للأوزان التي تقررها المعادلة (9).

وبالإمكان استخدام هذه النقاط في كسب المزيد من المعرفة عن شكل المنحنى الذي يجب ان تقع عليه جميع المحافظ الممكنة في فضاء العائد المتوقع - الانحراف المعياري أو ما يسمى بمنحنى المحافظ الممكنة.

✿ شكل منحنى المحافظ الممكنة :

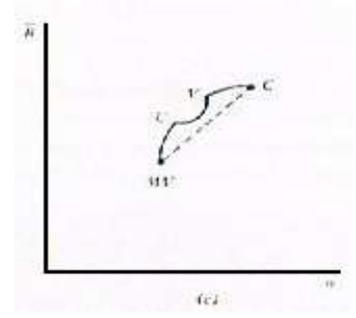
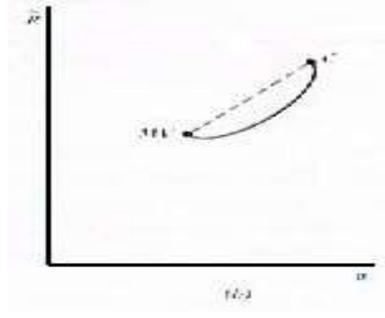
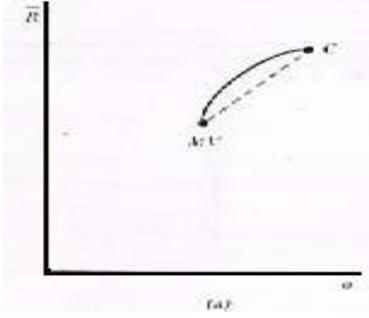
بإعادة النظر للأشكال المتقدمة في هذا البحث يلاحظ ان جزءاً من منحنى المحافظ الممكنة الذي يقع فوق محفظة أدنى تباين هو مقعر بينما ذلك الذي يقع أسفل المحفظة فهو محدب². وهذا لا يعزى لخصوصية الأمثلة التي اخترناها إنما هي خاصية عامة لجميع مشاكل المحفظة. وهذا بالإمكان إثباته بسهولة. ولابد من الإشارة إلى ان المعادلات والأشكال السالفة مناسبة لجميع توليفات الأوراق المالية والمحافظ. وستفحص الآن توليفات محفظة أدنى تباين مع الموجود ذو العائد والمخاطرة الأعلى. تمثل الأشكال (6a) و (6b) و (6c) ثلاثة أشكال افتراضية لتوليفات السهم (C) مع محفظة أدنى تباين (MV). الشكل (6b) ليس ممكناً لان محافظ الموجودات لا يمكن ان تكون مخاطرتها اكبر من تلك التي يتم إيجادها على الخط المستقيم الرابط بين الموجودين. وفيما يخص الشكل (6c) فان جميع المحافظ لها مخاطرة اقل من مخاطرة المحافظ الواقعة على الخط المستقيم الرابط بين السهم (C) ومحفظة أدنى تباين. لكن ماذا عن المحافظتان (U) و (V)؟ هي ببساطة توليفات مكونة من محفظة أدنى تباين والسهم (C). ما دامهما محفظتين، فان توليفاتهما مع بعض يجب ان تقع أما على الخط المستقيم الرابط بين (U) و (V) أو فوق مثل هذا الخط المستقيم³. بالتالي فان الشكل (6c) هو ليس ممكناً أيضاً والشكل الممكن الوحيد هو الشكل (6a) والذي هو منحنى مقعر⁴. ويمكن استخدام التسبب المنطقي نفسه لإثبات تحذب منحنى التوليفات المكونة من محفظة أدنى تباين والورقة أو المحفظة ذات التباين الأعلى والعائد الأقل، أي يجب ان يبدو كالشكل (7a) وليس كالشكلين (7b) و (7c).

¹ انه لمن السهل تحديد قيمة معامل الارتباط الذي يتسبب بحدوث ذلك. فالمعادلة (9) هي صيغة لحساب نسبة الاستثمار (X_C) التي تخفض المخاطرة إلى أدنى مستوى ممكن. افترض ان (S) هو الموجود الأصغر مخاطرة فحينما تكون (X_C=0) بمقتضى المعادلة (9) فان هذا يعني بان (100%) من الأموال يجب ان تستثمر بالموجود الأصغر مخاطرة (أي ان X_C=1) لغرض الوصول إلى محفظة أدنى مخاطرة. ويجعل (X_C) مساوية للصفر بالمعادلة (9) فان (ρ_{CS} = σ_S/σ_C). بالتالي حينما يكون (ρ_{CS}) مساوياً لـ (σ_S/σ_C) فان (X_C) ستساوي صفرًا وان محفظة أدنى تباين ستكون مكونة من الاستثمار بنسبة (100%) بالموجود الأصغر مخاطرة فقط لوحده. لكن إذا كان (ρ_{CS}) اكبر من (σ_S/σ_C) فان محفظة أدنى تباين سوف تشمل على البيع القصير للسهم (C) (Elton & Gruber,1995:79).

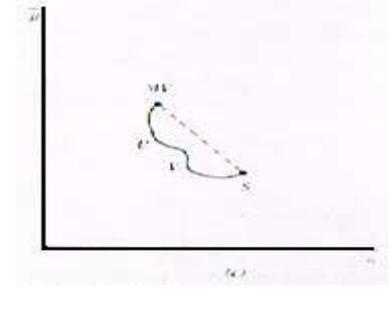
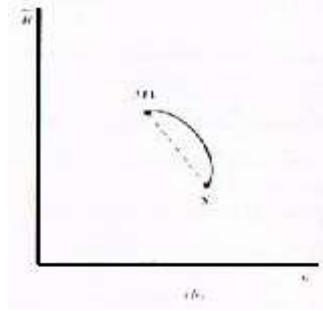
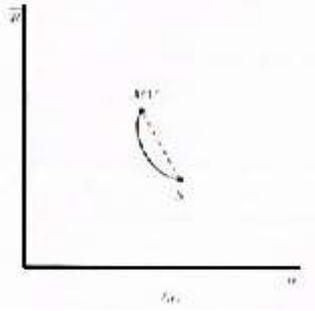
² المنحنى المقعر هو المنحنى الذي يقع فيه الخط المستقيم الرابط بين أية نقطتين واقعتين عليه أسفل المنحنى بالكامل. وإذا كان المنحنى محدباً فان الخط المستقيم سيقع كلياً فوق المنحنى. والاستثناء الوحيد لذلك هو الخط المستقيم الذي هو محدب ومقر بذات الوقت ويمكن الإشارة إليه بالالتين (Elton & Gruber,1995:80).

³ اذا كان الارتباط بين (U) و (V) مساوياً لـ (1+) فإنهما سيكونان على الخط المستقيم. وإذا كان اقل من (1+) فان المخاطرة يجب ان تكون اقل وبالتالي فان التوليفات يجب ان تكون فوق الخط المستقيم.

⁴ لمعرفة المزيد عن سبب تقعر المجموعة الكفاءة، انظر على سبيل المثال : (Alexander, et.al.,2001:152-157).



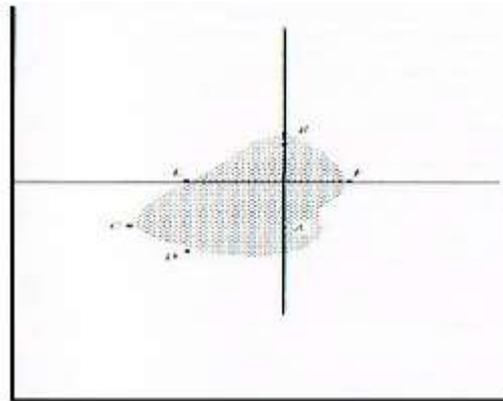
الشكل (6) العلاقات المحتملة المختلفة بين العائد المتوقع والانحراف المعياري عند توليف محفظة أدنى تباين مع السهم (C)



الشكل (7) العلاقات المحتملة المختلفة بين العائد المتوقع والانحراف المعياري عند توليف محفظة أدنى تباين مع المحفظة (S) بعد كل ماتقدم بالإمكان الآن تحديد شكل الحد الكفاء بغياب حضور البيع القصير.

1.3 شكل الحد الكفاء بغياب البيع القصير :

نظرياً بالإمكان رسم جميع الموجودات الخطرة ومحافظ الموجودات الخطرة في مخطط العائد المتوقع - الانحراف المعياري. وقد استخدمت كلمة (نظرياً) لا لأنه هناك مشكلة في حساب مخاطرة وعائد السهم أو المحفظة إنما لأنه هناك عدد لا محدود من الإمكانيات التي يتعين أخذها بعين الاعتبار. فما يجب ان يحسب حسابه ليس فقط جميع المجاميع الممكنة من الموجودات الخطرة إنما جميع التوليفات بجميع الأوزان النسبية المختلفة. وإذا كنا بصدد رسم جميع الإمكانيات في فضاء العائد - المخاطرة، فسنحصل على مخطط مشابه للشكل (8). لقد تم تمثيل المحافظ بوصفها عدد محدد من النقاط في بناء المخطط البياني.



الشكل (8) إمكانيات المخاطرة و العائد لمختلف الموجودات والمحافظ

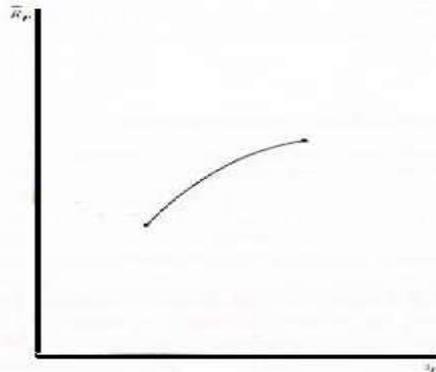
والسؤال المطروح هنا هو هل ان بمقدور المستثمر تجاهل أي جزء منه. فالمستثمر يفضل العائد الأكبر على الأقل ويفضل المخاطرة الأقل على الأكبر (Alexander, et.al., 2001:121-122). بالتالي إذا كان بالإمكان إيجاد مجموعة المحافظ التي:

1. تعرض عائدًا أكبر مقابل المخاطرة نفسها أو

2. تعرض مخاطرة أقل مقابل العائد نفسه

عندئذ سيكون بالإمكان تحديد جميع المحافظ التي بمقدور المستثمر مسكها وجميع المحافظ الأخرى التي بمقدوره تجاهلها لكونها غير كفاءة (Alexander, et.al., 2001: 148-149). وبالعودة للشكل (8) وتفحص المحافظتان (A) و (B) نلاحظ ان جميع المستثمرين سيفضلون المحفظة (B) على (A) لأنها تعرض عائداً أعلى عند نفس المستوى من المخاطرة. والمحفظة (C) ستكون مفضلة على (A) لأنها تعرض مخاطرة أقل عند المستوى نفسه من العائد. إلى هنا ليس بالإمكان إيجاد محفظة تهيمن على المحفظة (C) أو (B). ويجب ان يكون واضحاً هنا ان مجموعة المحافظ الكفاءة لا يمكن ان تضم المحافظ الداخلية (داخل المجموعة الممكنة أو داخل القوقعة). وبالإمكان تقليص المجموعة الممكنة حتى أكثر من ذلك. فمن المرجح التحرك أقصى ما يمكن باتجاه زيادة العائد وإلى أقصى ما يمكن باتجاه تخفيض المخاطرة. فالنقطة (D)، التي هي على المحيط الخارجي للقوقعة، بالإمكان استبعادها من دائرة الاهتمام ما دامت المحفظة (E) موجودة والتي عائدها أكبر عند مستوى نفسه مخاطرة (D). وهذا يصح على جميع المحافظ الأخرى كلما تحركنا للأعلى على محيط القوقعة من النقطة (D) إلى النقطة (C). وهذه الأخيرة لا يمكن استبعادها لأنه ليس هناك من محفظة تقلها في المخاطرة ولها العائد نفسه أو تفوقها في العائد ولها نفس المخاطرة. والتساؤل المطروح هو ما النقطة (C)؟ أنها محفظة أدنى تباين. وماذا عن النقطة (F)؟ هذه النقطة على محيط القوقعة لكن للنقطة (E) مخاطرة أقل منها وعند مستوى نفسه عائدها. وكلما تحركنا للأعلى على محيط منحني القوقعة من النقطة (F) فإن جميع المحافظ ستهيمن عليها إلى ان نصل للمحفظة (B). وهذه الأخيرة لا يمكن استبعادها لأنه ليس هناك من محفظة تقلها بالمخاطرة ولها نفس العائد أو محفظة تفوقها بالعائد ولها نفس المخاطرة. وتمثل النقطة (B) تلك المحفظة (عادة ورقة مالية منفردة) التي تعرض أكبر عائد متوقع من بين جميع المحافظ. وعلى وفق ذلك، فإن المجموعة الكفاءة تتمثل بالمنحنى المنطادي (Envelope) الذي يضم جميع المحافظ الواقعة بين محفظة أدنى تباين ومحفظة أقصى عائد. مجموعة المحافظ هذه تسمى الحد الكفاء وهو عامة ما يكون موجب الميل ومقر (Alexander, et.al., 2001: 149-150).

ويمثل الشكل (9) الرسم البياني للحد الكفاء. ويلاحظ بان الحد الكفاء يظهر كدالة مقعرة. ولا يمكن ان يتضمن منطقة محدبة كذلك الظاهرة في الشكل (6c) لأنه وكما أسلفنا فإن (U) و (V) هما محافظتان وتوليفاتهما يجب ان تكون مقعرة¹.



الشكل (9) الحد الكفاء حينما لا يكون مسموحاً بالبيع القصير

إلى هنا فإن الحد الكفاء دالة مقعرة في فضاء العائد المتوقع - الانحراف المعياري يمتد من محفظة أدنى تباين إلى محفظة أقصى عائد بظل عدم السماح بالبيع القصير (وهذا هو الحد الكفاء لماركوتز).

2.3 شكل الحد الكفاء بوجود البيع القصير :

في سوق الأسهم (والكثير من أسواق رأس المال الأخرى) بمقدور المستثمر غالباً "بيع الورقة المالية التي لا يمتلكها. إنما يتعين عليه اقتراضها ليسلمها للمشتري. وفي عملية اقتراض الأوراق المالية مقابل التسليم في البيع القصير فإن البائع القصير يوافق على إعادتها للمقرض أما في تاريخ مستقبلي محدد أو بحرية واختيار وعند طلب المقرض. كما يوافق البائع القصير أيضاً على ان يدفع للمقرض أية توزيعات نقدية أو غير نقدية يقوم بها مصدر الأوراق المالية خلال مدة الاقتراض. وبالتالي فإن المقرض لن يعاني من خسارة مثل هذه التوزيعات خلال مدة القرض وسيحصل عليها بالكامل حينما يستحق القرض. أولئك الذين يقرضون الأوراق المالية للباعة القصيرين يطالبون على ضمانته لقروضهم. وتضمن قروض الأسهم عادة بمبلغ نقدي يساوي القيمة السوقية للسهم المقترض. ومقرض الأوراق المالية حر في استثمار هذا النقد لكن يتعين عليه إعادته حينما يسترد أوراقه. واستخدام هذا النقد يعوض المقرض مقابل رغبته بإقراض الأوراق المالية. وعادة ماتضمن قروض الأوراق الحكومية بأوراق مالية مكافئة لها وليس

¹ كما يمكن ان تكون هناك أجزاء خطية مستقيمة إذا كان الارتباط بين المحافظتان الكفوئتان موجب تام. وطالما ان العلاقة الخطية هي محدبة ومقعرة كذلك فيمكن الاستمرار بالإشارة للحد الكفاء بأنه مقعر (Elton & Gruber, 1995: 84).

بالنقد. ولغرض تشجيع المقرض على إقراض أوراقه فان المقرض، بحسب العرف السائد في أسواق المديونية الحكومية، يدفع للمقرض أجراً بمعدل (0.5%) سنوياً على القيمة الأساس للإصدارات المقرضة مقسطة على مدة الاقتراض. هذه العملية بمجملها تسمى البيع القصير فهو يتضمن بالأساس اتخاذ مركز سالب بالورقة المالية (Garbade, 1982: 136, 140).

وسنناقش هنا أثر إدخال البيوع القصيرة في التحليل. لكن قبل ذلك ربما يثار تساؤل عن جدوى طرح الحالة السالفة التي لا يسمح فيها بالبيع القصير. والواقع ان هناك سببين يبرران ذلك الأول، ان غالبية المستثمرين المؤسساتيين لا يمارسون البيع القصير فالكثير من المؤسسات يحظر عليها القانون ممارسة البيع القصير بينما تظل الأخريات تعمل بالقيود الذي تفرضه على نفسها ويحرم عليها ممارسة البيع القصير. كما ان سوق العراق للأوراق المالية لا يسمح بممارسة البيع القصير. السبب الآخر، ان إدخال البيع القصير في التحليل لا ينطوي سوى على توسعة صغيرة للتحليل السالف.

ان وصف البيع القصير بكونه القدرة على بيع الورقة دون امتلاكها، يفترض انه ليس هناك من تكاليف معاملات مترتبة على هذه العملية. لنفترض ان مستثمراً اعتقد بان سهم شركة (ABC)، الذي يباع حالياً مقابل (\$100) للحصة الواحدة، من المحتمل ان يباع مقابل (\$95) للحصة (القيمة المتوقعة) بنهاية السنة. فضلاً عن ذلك يتوقع المستثمر ان تدفع شركة (ABC) مقسوم أرباح قدره (\$3) بنهاية السنة. فإذا اشترى المستثمر سهماً واحداً من أسهم هذه الشركة فان التدفق النقدي سيكون (-\$100) في الوقت (0) عند شراء السهم و (+\$3) من مقسوم الأرباح زائداً (+\$95) من بيع السهم في الوقت (1). والتدفقات النقدية ستكون كالآتي:

الوقت		
1	0	
	100 -	شراء السهم
3+		مقسوم الأرباح
95+		بيع السهم
98+	100 -	التدفق النقدي الكلي

ومالم يكن لهذا السهم ارتباطات غير عادية بالأوراق المالية الأخرى، فمن غير المحتمل ان يكون المستثمر، بظل هذه التوقعات، راغباً بمسك هذا السهم في محفظته الخاصة بل في الواقع سيكون راغباً بامتلاك مقادير سالبة من هذا السهم. والسؤال المطروح هنا هو كيف يمكن للمستثمر ان يقوم بذلك؟ افترض بان صديق هذا المستثمر وهو (زيد) يملك سهماً من أسهم شركة (ABC) وان لهذا الصديق توقعات مختلفة ويرغب بالاستمرار في مسك السهم. هذا المستثمر ربما يفترض سهم (زيد) بمقتضى وعد بأنه لن يتضرر بإقراضه السهم. بعد ذلك بإمكان المستثمر بيع السهم واستلام (\$100). وحينما تدفع الشركة مقسوم الأرباح (\$3) فيتعين على المستثمر ان يدفع لزيد مبلغ المقسوم. وسيكون لديه تدفق نقدي قدره (-\$3). وهو يتوجب عليه فعل ذلك لأنه لا هو ولا زيد يمتلكان السهم وهو وعد زيد بأنه لن يتضرر من إقراضه السهم. وبنهاية السنة بإمكان المستثمر شراء السهم مقابل (\$95) وإعادته إلى زيد. التدفقات النقدية للمستثمر ستكون كالآتي:

الوقت		
1	0	
	100 +	بيع السهم
3 -		دفع مقسوم الأرباح
95 -		شراء السهم
98 -	100 +	التدفق النقدي الكلي

يلاحظ في هذا المثال، ان مقرض السهم لم يتضرر من العملية ومقرضها كان قادراً على استحداث ورقة مالية لها خصائص معاكسة لخصائص شراء سهم شركة (ABC). وفي الواقع، ربما يطالب زيد ببعض التعويض المضاف مقابل إقراضه لسهمه لكننا سوف نستمر باستخدام هذا الوصف المبسط للبيع القصير في تحليل المحافظ الممكنة¹.

لقد أصبح واضحاً حينما يتوقع المستثمر بان يكون عائد الورقة سالباً فإن البيع القصير يكون منطقياً. حتى في الحالة التي تكون فيها العوائد موجبة، فإن البيع القصير يمكن ان يكون منطقياً. فالتدفق النقدي المستلم في الوقت (0) من البيع القصير لورقة ما يمكن ان يستخدم لشراء ورقة عاندها المتوقع أعلى. وبالعودة لمثال السهمين (S) و (C)، فإن العائد المتوقع لكلاهما هو (8%) و (14%) على التوالي. فإذا لم يسمح بالبيع القصير فإن أقصى عائد يمكن ان يحققه المستثمر هو (14%) من خلال وضع (100%) من أمواله في السهم (C). وبظل البيع القصير بالإمكان تحقيق عوائد اكبر من خلال البيع القصير للسهم (S) واستثمار رأس المال الأصلي زائداً التدفق النقدي الأولي من البيع القصير بالسهم (C). لكن عند القيام بذلك ستكون هناك زيادة مقابلة بالمخاطرة. وإثبات ذلك

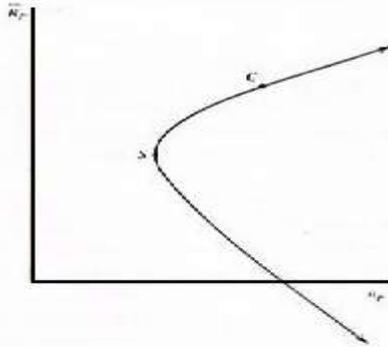
¹ في حالة البيوع القصيرة الفعلية يلعب السمسار دور الصديق ويطلب بإيداع أموال لديه كضمانة مقابل إقراضه للسهم. إيداع هذه الأموال يكون إلى جانب إيرادات البيع القصير. وما دامت الأموال الواجب إيداعها هي على الأغلب كبيرة جداً ولا يدفع السمسار عانداً مقابلها فان وصف البيوع القصيرة المستخدم بنحو شانغ في الأدبيات يبالغ في تقدير العائد من البيوع القصيرة (Elton and Gruber, 1995: 86).

سنعود للحالة التي افترضنا فيها بان معامل الارتباط بين الورقتان (0.5) ونرى مالذي يحصل حينما نسمح بالبيع القصير. الحسابات السالفة في الجدول (4) والشكل (5) تظل صحيحة لكن يتعين علينا الآن توسعتها لتأخذ بالحسبان الحالة التي تكون فيها قيم (X) اكبر من الواحد الصحيح واقل من الصفر. بعض عينة الحسابات ظاهرة في الجدول (5).

الجدول (5) العائد المتوقع والانحراف المعياري حينما يكون مسموحا" بالبيع القصير

2.0+	1.8+	1.6+	1.4+	1.2+	0.2-	0.4-	0.6-	0.8-	1-	X _C
20	18.8	17.6	16.4	15.2	6.8	5.6	4.4	3.2	2	R _P
10.82	9.82	8.84	7.87	6.92	3.17	3.65	4.33	5.13	6	σ _P

الحد الجديد بظل البيع القصير ظاهر في الشكل (10). ويلاحظ انه بظل البيع القصير، فان المحافظ الموجودة تقدم معدلات عوائد متوقعة غير محدودة. وهذا لا يجب ان يكون مفاجئا"، مادام المستثمر بظل البيع القصير بإمكانه بيع الأوراق المالية ذات العوائد المتوقعة المنخفضة واستخدام الإيرادات في الأوراق ذات العوائد المتوقعة العالية. على سبيل المثال، افترض ان لدى المستثمر (\$100) متاحة للاستثمار بسهمي (C) و (S). بإمكان المستثمر وضع كامل المبلغ بالسهم (C) وجني عائد قدره (\$14) أو (14%). من جانب آخر، بمقدور المستثمر بيع ما قيمته (\$1000) من السهم (S) بيعا" قصيرا" وشراء حصص من السهم (C) بمبلغ (\$1100). الإيرادات المتوقعة على الاستثمار بحصص (C) هي (\$154) بينما الكلفة المتوقعة لاقتراض السهم (S) هي (\$80). لذلك فان العائد المتوقع (\$74) أو (74%) على الاستثمار الأصلي (\$100). والسؤال المطروح هنا هو هل ان هذا هو المركز المفضل؟ ان العائد المتوقع سوف يزداد من (14%) إلى (74%) لكن الانحراف المعياري سيزداد من (6%) إلى (57.2%). وفيما إذا كان من الواجب على المستثمر اتخاذ المركز الذي يعرض العائد المتوقع الأعلى فان ذلك يعتمد على تفضيل المستثمر للعائد نسبة للمخاطرة.

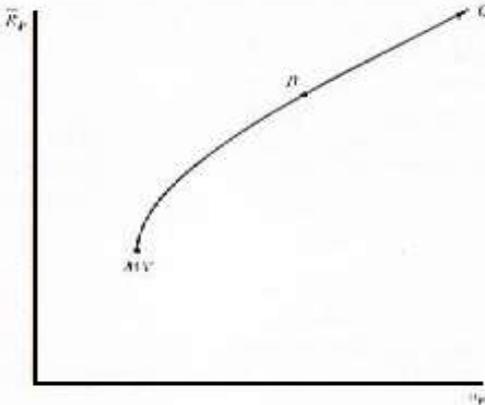


الشكل (10) توليفات العائد المتوقع - الانحراف المعياري للسهمين (C) و (S) حينما يكون مسموحا" بالبيع القصير

يعرض الشكل (10) مخطط لتوليفات السهمين (C) و (S) بافتراض ان معامل الارتباط بينهما (0.5). ويلاحظ بان جميع المحافظ التي تعرض عوائد تفوق عائد محفظة أدنى تباين تقع على طول المنحنى المقعر. والتسبيب المنطقي لهذا مشابه لذلك الذي طرح في حالة عدم السماح بالبيع القصير.

وعند توسيع هذا التحليل للحدود الكفاءة لجميع الأوراق المالية والمحافظ، فسوف نحصل على شكل مماثل للشكل (11)، إذ ان (MVBC) هو المجموعة الكفاءة ومادامت توليفات المحفظتين مقعرة فان المجموعة الكفاءة مقعرة أيضا".

وتظل هذه المجموعة تبدأ من محفظة أدنى تباين، كما في الحالة التي لا يسمح فيها بالبيع القصير، لكن حينما يسمح بالبيع القصير فلن يكون لها حد أعلى محدد (Elton and Gruber, 1995:86-87).



الشكل (11) الحد الكفاء حينما يكون مسموحا" بالبيع القصير

4. شكل الحد الكفاء بوجود وغياب الإقراض والاقتراض بالمعدل الخالي من المخاطرة :

كل ماتقدم تعامل مع محافظ الموجودات الخطرة. إدخال الموجود الخالي من المخاطرة في مجموعة المحافظ الممكنة يبسط التحليل الى حد كبير. وقبل الخوض في تفاصيل ذلك يتعين علينا أولاً" ايضاح المقصود بالموجود الخالي من المخاطرة في سياق مدخل ماركوتز. لان هذا المدخل يشتمل على الاستثمار لمدة احتفاظ واحدة منفردة فان العائد على الموجود الخالي من المخاطرة خلال هذه المدة يكون مؤكداً". والمستثمر الذي يشتري الموجود الخالي من المخاطرة في بداية مدة الاحتفاظ يعرف تماماً" ما ستكون عليه قيمة الموجود بنهاية مدة الاحتفاظ. ولأنه ليس هناك من حالة لاتأكد حول القيمة النهائية للموجود الخالي من المخاطرة فان الانحراف المعياري للموجود الخالي من المخاطرة يكون صفراً". بالتالي فان التباين المشترك بين معدل العائد على الموجود الخالي من المخاطرة ومعدل العائد على أي موجود خطر هو صفر. ولان للموجود الخالي من المخاطرة عانداً" مؤكداً" فانه يجب ان يكون نوعاً" معيناً" من أدوات الدخل الثابت التي تنتفي فيها إمكانية النكول. من حيث المبدأ، جميع الأوراق المالية للشركات لديها احتمال معين للنكول وبالتالي فان الموجود الخالي من المخاطرة لا يمكن ان تصدره الشركات. وبدلاً" من ذلك فانه يجب ان يصدر من قبل الحكومة. لكن ليس هناك من ورقة تصدرها الحكومة مؤهلة لتكون خالية من المخاطرة. تمعن بالمستثمر الذي تبلغ مدة احتفاظه ثلاثة أشهر ويشتري ورقة خزانة تستحق بعد (20) سنة. هذه الورقة خطيرة لان المستثمر لا يعرف كم ستكون ثروته بنهاية مدة الاحتفاظ. ولان معدلات الفائدة من المحتمل ان تتغير بشكل لا يمكن التنبؤ به خلال مدة احتفاظ المستثمر فان السعر السوقي للورقة سيتغير هو الآخر بشكل لا يمكن التوقع به. وجود مخاطرة أسعار الفائدة (المعروفة أيضاً" بالمخاطرة السعريّة) هذه تجعل قيمة ورقة الخزانة غير مؤكدة ما يجعلها غير مؤهلة لتكون موجوداً" خالياً" من المخاطرة. وبالفعل فان كل ورقة حكومية استحقاقها يزيد على مدة احتفاظ المستثمر لا يمكن ان تكون موجوداً" خالياً" من المخاطرة. بعد ذلك تأمل ورقة حكومية تستحق قبل نهاية مدة احتفاظ المستثمر، مثل حوالة حكومية استحقاقها ثلاثون يوماً" لمستثمر مدة احتفاظه ثلاثة أشهر. في هذه الحالة، لا يعرف المستثمر في بداية مدة الاحتفاظ ما ستكون عليه معدلات الفائدة بعد الثلاثين يوماً". وبالنتيجة فان المستثمر لا يعرف معدل الفائدة الذي سيعيد فيه استثمار العوائد المتحققة من الحوالة المستحقة للمتبقّي من مدة الاحتفاظ. وجود مخاطرة "معدل إعادة الاستثمار" هذه في جميع الأوراق الحكومية التي استحقاقها اقصر من مدة احتفاظ المستثمر يعني بان هذه الأوراق المالية ليست موجودات خالية من المخاطرة فقط نوع واحد من الأوراق الحكومية المؤهل ليكون موجوداً" خالياً" من المخاطرة وهي ذات الاستحقاق المناظر لطوال مدة احتفاظ المستثمر. على سبيل المثال، المستثمر الذي مدة احتفاظه ثلاثة أشهر سيجد بان حوالة الخزانة ذات الاستحقاق ثلاثة أشهر عانداً" مؤكداً". ولان هذه الورقة تستحق بنهاية مدة احتفاظ المستثمر فإنها تزود المستثمر بمبلغ في نهاية مدة الاحتفاظ معروف بشكل مؤكد في بداية مدة الاحتفاظ في وقت اتخاذ قرار الاستثمار. عليه يمكن النظر للإقراض بالمعدل الخالي من المخاطرة بوصفه استثماراً" بموجود عانده مؤكد. ويمكن النظر للاقتراض بوصفه بيعاً" لمثل هذا الموجود بيعاً" قصيراً"، وبالتالي فان الاقتراض يمكن ان يتم بالمعدل الخالي من المخاطرة¹. ومع طرح الموجود الخالي من المخاطرة يكون بمقدور المستثمر وضع جزءاً" من أمواله في هذا الموجود والمتبقي في أية محفظة خطيرة من المجموعة الممكنة لماركوتز. إضافة هذه الفرص الجديدة توسع المجموعة الممكنة بشكل كبير وما هو أكثر أهمية انها تغير موقع جزء كبير من المجموعة الكفاءة لماركوتز. هذه التغيرات يجب ان تحلل لان المستثمر يقوم باختيار محفظته المثلى من المجموعة الكفاءة (Alexander, et.al., 2001: 169-170).

سنرمز لمعدل العائد المؤكد على الموجود الخالي من المخاطرة بالرمز (R_F) . وسنعاظمي أولاً" مع الحالة التي يكون فيها بمقدور المستثمرين إقراض واقترض مبالغ غير محدودة من الأموال بالمعدل الخالي من المخاطرة. ابتداءً" سنفترض بان المستثمر مهتم بوضع جزء من أمواله في المحفظة (A) والجزء الآخر أما بالإقراض أو بالاقتراض. وبظل هذا الافتراض بإمكاننا بسهولة تحديد النمط الهندسي لجميع التوليفات التي تضم المحفظة (A) والإقراض أو الاقتراض. ولنفترض بان (X) هي النسبة من الأموال الأصلية التي يضعها المستثمر بالمحفظة (A). ولابد من التذكير بان (X) يمكن ان تكون اكبر من الواحد الصحيح لأننا افترضنا ان بمقدور المستثمر الاقتراض بالمعدل الخالي من المخاطرة واستثمار أكثر من أمواله الأصلية بالمحفظة (A). وإذا كانت (X) نسبة الأموال التي يضعها المستثمر بالمحفظة (A) فان $(1-X)$ يجب ان تكون نسبة الأموال التي يضعها بالموجود الخالي من المخاطرة. العائد المتوقع على التوليفة المكونة من الموجود الخالي من المخاطرة والمحفظة الخطرة يتحدد بالاتي (Elton and Gruber, 1995: 88):

(Bodie, et.al., 2008: 178) (Alexander, et.al., 2001: 171-174) :

$$R_C = (1-X) R_F + X R_A$$

ومخاطرة التوليفة هي كالاتي :

$$\sigma_C = \{(1-X)^2 \sigma_F^2 + X^2 \sigma_A^2 + 2X(1-X)\sigma_A \sigma_F \rho_{FA}\}^{1/2}$$

وما دام $(\sigma_F = 0)$ فان :

$$\sigma_C = (X^2 \sigma_A^2)^{1/2} = X \sigma_A$$

¹ السماح للمستثمر باقتراض الأموال يعني بأنه لن يعد مقيداً" بثروته الأصلية حينما يحين الوقت ليقرر حجم الأموال التي بإمكانه استثمارها في الموجودات الخطرة. لكن إذا افترض المستثمر الأموال، فيتعين عليه دفع الفائدة على القرض. ولان معدل الفائدة معروف وليس هناك من حالة لاتأكد على إعادة القرض فان هذه الممارسة غالباً" ما يشار إليها بالاقتراض الخالي من المخاطرة. وهي تفترض بان معدل الفائدة المفروض على القرض يساوي معدل الفائدة الذي بالإمكان جنيه من الاستثمار في الموجود الخالي من المخاطرة (Alexander, et.al., 2001: 175).

وبحل هذه المعادلة فان (X) تساوي :

$$X = \sigma_C / \sigma_A$$

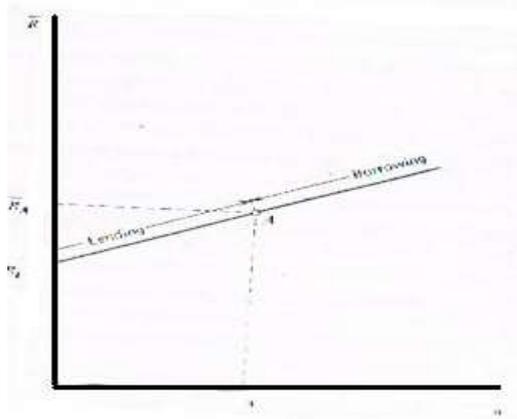
وبتعويض هذه الصيغة محل (X) في معادلة العائد المتوقع للتوليفة، نحصل على الآتي :

$$R_C = \{1 - (\sigma_C / \sigma_A) R_F + (\sigma_C / \sigma_A) R_A\}$$

وبإعادة ترتيب الحدود نحصل على الآتي (Garbade,1982:173) :

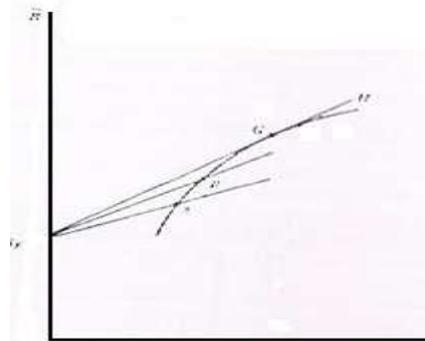
$$R_C = R_F + \{ (R_A - R_F) / \sigma_A \} \sigma_C$$

ويلاحظ بان هذه المعادلة هي معادلة خط مستقيم. وجميع التوليفات التي تضم الإقراض أو الاقتراض الخالي من المخاطرة مع المحفظة (A) تقع على خط مستقيم في فضاء العائد المتوقع - الانحراف المعياري. حد تقاطع الخط (مع محور العائد) هو (R_F) وميله هو ($R_A - R_F$). $\{R_F / \sigma_A\}$ فضلا عن ذلك فان الخط يمر عبر النقطة (R_A, σ_A). وهذا الخط ظاهر في الشكل (12). ويلاحظ انه إلى يسار النقطة (A) هناك توليفات الإقراض مع المحفظة (A) وإلى يمين الخط هناك توليفات الاقتراض مع المحفظة (A).



الشكل (12) العائد والمخاطرة حينما يولف الموجود الخالي من المخاطرة مع المحفظة الخطرة (A)

ان المحفظة (A) التي اختيرت للتحليل هنا ليست لها سمات خاصة محددة فالتوليفات المكونة من أية ورقة أو محفظة مع الإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة تقع على طول الخط المستقيم القائم في فضاء العائد المتوقع - الانحراف المعياري وكما هو ظاهر في الشكل (13).



الشكل (13) توليفات الموجود الخالي من المخاطرة مع مختلف المحافظ الخطرة

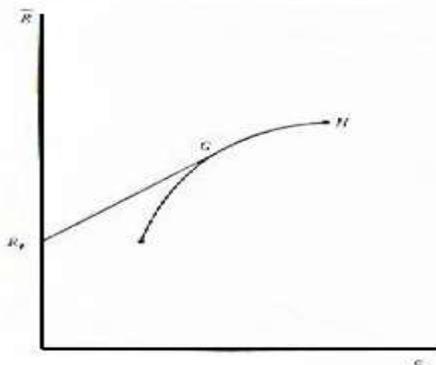
فبالإمكان توليف المحفظة (B) مع الإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة ومسك التوليفات الموجودة على طول الخط ($R_F B$) بدلا من ($R_F A$). والتوليفات الموجودة على طول الخط ($R_F B$) متفوقة على التوليفات الموجودة على طول الخط ($R_F A$) ما دامت تقدم عائداً أكبر عند المستوى نفسه من المخاطرة. ويجب ان يكون واضحاً انه من الأفضل تدوير الخط المستقيم المار عبر (R_F) عكس اتجاه عقرب الساعة قدر المستطاع. وأقصى ما يمكن تدويره يمر عبر النقطة (G). فهذه الأخيرة هي نقطة التماس بين الحد

¹ الموقع الدقيق لهذه التوليفات أو المحافظ على الخط المستقيم يعتمد على الأوزان المستثمرة بكل من المحفظة الخطرة والموجود الخالي من المخاطرة (Alexander, et al., 2001:174).

الكفاءة لماركوتز وبين الشعاع المار عبر النقطة (R_F) على المحو العمودي. وليس بمقدور المستثمر تدوير الشعاع أكثر لأنه وبحسب تعريف الحد الكفاءة فليس هناك من محافظ تقع فوق الخط المار عبر (R_F) و (G) . بعبارة أخرى، من بين جميع الخطوط التي بالإمكان رسمها من الموجود الخالي من المخاطرة وربطها بأي موجود خطر أو محفظة خطرة ليس هناك من خط ميله أكبر من ميل الخط المنتهي بالنقطة (G) . وهذه الحقيقة مهمة لأن جزءاً من المجموعة الكفاءة لانموذج ماركوتز يهيمن عليه هذا الخط. وبالتحديد فإن المحافظ الواقعة على المجموعة الكفاءة لانموذج ماركوتز المبتدأة من محفظة أدنى تباين والمنتية بالمحفظة (G) لم تعد كفاءة عند إضافة الموجود الخالي من المخاطرة فقد هيمنت عليها محافظ قطعة المستقيم (R_F-G) (Alexander, et.al., 2001:175).

جميع المستثمرين الذين يواجهون الحد الكفاءة ومعدلات الإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة الظاهرة بالشكل (13) سوف يمسون محفظة الموجودات الخطرة (المحفظة G) نفسه لكونها محفظة الموجودات الخطرة المثلى الوحيدة. البعض من هؤلاء المستثمرين المتجنبين جداً للمخاطرة سوف يختارون محفظة على طول الجزء (R_F-G) ويضعون بعضاً من أموالهم في الموجود الخالي من المخاطرة والبعض الآخر في المحفظة الخطرة (G) . المستثمرون الأكثر تحملاً بكثير للمخاطرة سوف يمسون المحافظ على طول الجزء $(G-H)$ ويقترضون الأموال ويضعون رأسمالهم الأصلي زانداً الأموال المقترضة بالمحفظة (G) . والمستثمرون الآخرون الباقون سيضعون كل أموالهم الأصلية في المحفظة الخطرة (G) . كل هؤلاء المستثمرين سوف يمسون المحافظ الخطرة تماماً بتركيبية المحفظة (G) نفسها. وعلى وفق ذلك، وفي حالة الإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة، فإن تحديد تركيبية المحفظة (G) يشكل حلاً لمشكلة المحفظة. القدرة على تحديد محفظة الموجودات الخطرة المثلى دون أن يكون من الواجب معرفة أي شيء عن تفضيلات المستثمر تسمى مبرهنة الفصل (Separation Theorem)¹ (Elton and Gruber, 1995:90).

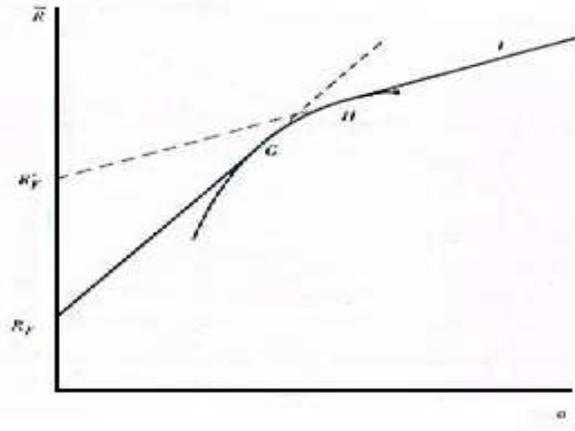
لكن يتخذ الحد الكفاءة أشكالاً مختلفة بظل الافتراضات الأكثر واقعية عن قدرة المستثمرين على الإقراض والاقتراض بالمعدل الخالي من المخاطرة. فالمستثمرون بإمكانهم الإقراض بالمعدل الخالي من المخاطرة (شراء الأوراق المالية الحكومية) لكن ليس بمقدورهم الاقتراض بهذا المعدل (Elton and Gruber, 1995:90-91). وفي هذه الحالة فإن الحد الكفاءة يصبح (R_F-G-H) الظاهر في الشكل (14). بعض المستثمرين سوف يمسون محافظ الموجودات الخطرة الواقعة بين (G) و (H) . لكن أي مستثمر يمك بعض الموجودات الخالية من المخاطرة سيضع كل أمواله الباقية بالمحفظة الخطرة (G) .



الشكل (14) الحد الكفاءة بظل الإقراض وليس الاقتراض بالمعدل الخالي من المخاطرة

الاحتمالية الأخرى هي أن بإمكان المستثمرين الإقراض بمعدل ما لكن يتعين عليهم دفع معدل مختلف وعادة أعلى لغرض الاقتراض. فإذا رمزنا لمعدل الاقتراض بالرمز (R_F) فإن الحد الكفاءة سيصبح $(R_F-G-H-I)$ الظاهر في الشكل (15). وهذا يعني أن هذه المجموعة الكفاءة مكونة من ثلاثة أجزاء مميزة لكنها مترابطة. الجزء الأول هو الخط المستقيم الرابط بين (R_F) و (G) والذي يمثل توليفات مختلفة من الإقراض الخالي من المخاطرة والاستثمار بمحفظة الموجودات الخطرة. الجزء الثاني هو الخط المنحني الرابط بين (G) و (H) والذي يمثل مختلف المحافظ الخطرة التي هي أيضاً على المجموعة الكفاءة المنحنية لماركوتز. والجزء الثالث هو الخط المستقيم المتجه للأعلى من (H) والذي يمثل توليفات مختلفة من الاقتراض والاستثمار بالمحفظة الخطرة (Alexander, et.al., 2001:188). وبذلك سيتوافر مدى صغير من المحافظ الخطرة التي يستطيع المستثمرون اختيار مسكها. وإذا لم يكن (R_F) و (R_F) متباعداً جداً فإن افتراض الإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة بالمعدل نفسه ربما يقدم تقريباً جيداً للمدى الأمثل $(G-H)$ للمحافظ الخطرة التي بإمكان المستثمرين التفكير بمسكها (Elton and Gruber, 1995:91).

¹ للمزيد من التفاصيل عن مبرهنة الفصل، انظر على سبيل المثال: (Garbade, 1982:173-174); (Reilly & Brown, 2001:237-238); (Bodie, et.al., 2008:226-228)



الشكل (15) الحد الكفاء بظل الإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة بمعدلات مختلفة

5. الاستنتاجات والتوصيات :

1.5 الاستنتاجات :

1. يتخذ الحد الكفاء أشكالاً مختلفة بظل الافتراضات المختلفة عن قدرة المستثمرين على البيع القصير وعلى الإقراض والاقتراض بالمعدل الخالي من المخاطرة. إذ تتسع مجموعة فرص المحافظ الكفاءة المتاحة أمام المستثمر حينما يكون مسموحاً له ممارسة البيع القصير ويتخذ هذه الكفاء شكلاً "منحنياً" مقعراً مفتوح النهاية العليا بعكس منحنى الحد الكفاء لماركوتز المغلق النهائيين (محفظه أدنى تباين - محفظة أقصى عائد). كما ان إضافة الموجود الخالي من المخاطرة لمكونات محفظة المستثمر يمثل فرصاً جديدة توسع المجموعة الممكنة بشكل كبير، وما هو أكثر أهمية انه يغير موقع وشكل جزء كبير من المجموعة الكفاءة لماركوتز وبالنتيجة يغير المحفظة المثلى للمستثمر.

2. إدخال الموجود الخالي من المخاطرة في مجموعة المحافظ الممكنة يبسط تحليل المحافظ الكفاءة إلى حد كبير. فإذا كان بمقدور المستثمر إقراض واقتراض أي مبلغ بالمعدل الخالي من المخاطرة عندئذ يصبح الحد الكفاء خطاً "مستقيماً" اشتقاقه أسهل بكثير من اشتقاق الحد الكفاء لماركوتز. فهو يكون بحاجة لنقطتين، الأولى معلومة وهي $(R_F, 0)$ والثانية هي لمحفظه الموجودات الخطرة المثلى الوحيدة التي يختارها الجميع بصرف النظر عن تفضيلاتهم الفردية للمخاطرة. واشتقاق هذه النقطة الأخيرة أسهل بكثير من اشتقاق الحد الكفاء على وفق طروحات ماركوتز.

3. في حالة الموجودات المرتبطة ارتباطاً "موجباً" تاماً، والبيع القصير غير مسموح به، فإن عائد ومخاطرة المحفظة المكونة منها يكونا المتوسط الموزون لعائد ومخاطرة الموجودات الفردية. فشرء الموجودات لن يترتب عليه انخفاض في المخاطرة. إذ ان كل المحافظ المكونة من هذين الموجودين تقع على الخط المستقيم الرابط بين هذين الموجودين في فضاء المخاطرة - العائد. وان مخاطرة محفظة الموجودين المرتبطان ببعض ارتباطاً "سالباً" تاماً تكون اصغر مما لو كان الارتباط موجباً "تاماً". بل يجب ان يكون من الممكن دائماً بناء محافظ صفرية المخاطرة من هذين الموجودين بمجرد إيجاد الأوزان الواجب الاستثمار بمقتضاها في كل موجود مكون للمحفظة. وإذا كان مسموحاً بالبيع القصير عندئذ بالإمكان بناء محفظة صفرية المخاطرة بقطع النظر عن حجم واتجاه الارتباط بين عوائد الموجودين المكونين لهذه المحفظة.

4. كلما انخفض معامل الارتباط بين الموجودات المكونة للمحفظة زادت منافع التنوع بثبات العوامل الأخرى. وان مخاطرة محفظة الموجودين لا يمكن ان تكون اكبر من تلك التي يتم الحصول عليها على الخط المستقيم الرابط بين الموجودين في فضاء العائد المتوقع - الانحراف المعياري. لذلك فان تخفيض مخاطرة المحفظة لا يعتمد بشكل كبير على زيادة حجم المحفظة إنما يعتمد على التباين المشترك بين الموجودين المكونين للمحفظة. وكذلك يعتمد على الأوزان المخصصة للاستثمار بهذين الموجودين فضلاً عن مخاطرها الفردية.

5. ان الارتباط بين أي سهمين في الواقع العملي يكون دائماً "تقريباً" اكبر من الصفر وقل من الواحد الصحيح. وينبغي ان يكون لهذا الأمر مدلولات بالغة الأهمية بالنسبة للمستثمرين. فيتعين عليهم ان يدركوا بأنه نادراً ما تكون هناك ارتباطات تامة (بالإيجاب أو السلب) بين الأوراق المالية ويجب ان يكيفوا استراتيجياتهم الاستثمارية بضوء هذه الحقيقة. كما ان لاجابية الارتباطات وميلها للتوسط مضامينها بالنسبة لجدوى التنوع بالسوق الفورية من جهة وجدوى استراتيجيات التداول بأسواق المشتقات من جهة أخرى.

6. حينما يتوقع المستثمر ان يكون عائد الورقة سالباً، فان البيع القصير يكون منطقياً. حتى في الحالة التي تكون فيها العوائد موجبة، فان البيع القصير يمكن ان يكون منطقياً. فالندفد النقدي المستلم من البيع القصير لورقة ما يمكن ان يوظف لشراء ورقة عانداها المتوقع أعلى.

2.5 التوصيات :

1. ضرورة تثقيف مجتمع المستثمرين في سوق العراق للأوراق المالية بحقيقة شكل الحد الكفاء الذي يتعاملون معه في الواقع العملي بظل الممارسات الساندة المسموح بها في السوق بخصوص البيع القصير والإقراض والاقتراض الخالي من المخاطرة.
2. اطلاق المهتمين بالتعامل في السوق على التحديات الفكرية الأحدث للطروحات التقليدية للتنويع ولا سيما" ما يسمى بالمراكز السالبة والموجبة. إذ بإمكان المستثمر، وعبر التوزين المناسب لمكونات المحفظة عبر المعادلة (9)، تخفيض مستوى مخاطرة محفظته إلى أدنى مستوى ممكن.
3. عقد المؤتمرات والندوات والدورات التدريبية لإدارة سوق العراق للأوراق المالية وللهيئات المختصة بالتداول داخل السوق حول الإدارة المعاصرة للمحافظ الاستثمارية عامة" وعن اشتقاق وبناء المحافظ المثلى على وجه الخصوص بضوء معطيات البحث الحالي.
4. تأسيس مكتب للتعليم المستمر داخل السوق بعضوية المختصين الأكاديميين والتطبيقات مهمته الارتقاء بالمستوى العلمي والعملي للمتعاملين بالسوق في جميع جوانب الاستثمار بالأدوات المالية المختلفة التقليدية منها والمشتقة لما لذلك من دور في رفع مستوى كفاءة السوق.
5. إعداد دراسات وبحوث في الاشتقاق الرياضي لحسابات الحد الكفاء بظل مختلف الافتراضات.

المصادر

1. Alexander, Gordon J., William F. Sharp, and Jeffery V. Bailey, Fundamentals of Investments, 3rd ed., N.J.: Prentice-Hall, 2001.
2. Arlond, Glen, Corporate Financial Management, London: Financial Times Pitman Publishing, 1998.
3. Bodie, Zvi, Alex Kane, and Alan J. Marcus, Investments, 7th ed., Boston: McGraw-Hill, 2008.
4. Elton, Edwin J. and Martin J. Gruber, Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, 5th ed., N.Y.: John Wiley & Sons, Inc., 1995.
5. Garbade, Kenneth, Securities Markets, N.Y.: McGraw-Hill Book Company, 1982.
6. Jones, Charles P., Investments: Analysis and Management, 6th ed., N.Y.: John Wiley & Sons, Inc., 1998.
7. Mayo, Herbert B., Investments: An Introduction, 6th ed., Fort Worth: The Dryden Press, 2000.
8. McMenamin, Jim, Financial Management: An Introduction, London: Routledge, 1999.
9. Reilly, Frank K. and Keith C. Brown, Investment Analysis and Portfolio Management, 8th ed., Australia: Thomson, 2006.
10. Ross, Stephen A., Randolph W. Westerfield, & Bradford D. Jordan, Fundamentals of Corporate Finance, Boston: Irwin McGraw-Hill, 2000.
11. Sharpe, William F. and Gordon J. Alexander, Investments, 4th ed., N.J.: Prentice-Hall, 1990.
12. VanHorne, James C., Financial Management and Policy, 12th ed., New Delhi: Printice-Hall, 2004.
13. Weston, Fred J. & Eugene F. Brigham, Managerial Finance, 6th ed., Hinsdale: Dryden Press, 1978
14. -----, Scott Besley, & Eugene F. Brigham, Essentials of Managerial Finance, 11th ed., Fort Worth: Dryden Press, 1996.