

Comparing reliability of Frechet Distribution under ranked set sampling by using with application

تقدير معولية توزيع فريجت في ظل معاينة المجموعة المرتبة مع تطبيق عملي

شهد شوكت ماجد

أ.م.د. مهدي وهاب نصر الله

Sahahd Shawkat Majid

Ass. Prof. Dr . Mahdi Wahab Naser Allah

mahdi_na2002@yahoo.com shahad.shwkat@gmail.com

جامعة كربلاء / كلية الإدارة والأقتصاد

الملخص

لتحقيق الاهداف التي سعى اليها الباحثان هي بحثه, لايد له من جمع بيانات ومعلومات عن ذلك البحث , وبسبب ان بعض البيانات يصعب الحصول عليها او لايمكن الحصول عليها لاسباب تتعلق بالتكلفة والجهد والوقت فلايد له من ان يختار اسلوب المعاينة الذي يضمن له تحقيق اهداف البحث باقل وقت واقل جهد واقل كلفة. ولحل هذه المشاكل لايد من استعمال اسلوب المعاينة الذي يضمن تقليل الوقت والجهد والكلفة في الحصول على البيانات , وفي ظل هذه الظروف يبدو مفهوم معاينة المجموعات المرتبة (RSS) مفيد في الحصول على الكثير من المعلومات . لذلك جاء هدف البحث هو تقدير معالم توزيع فريجت Frechet Distribution وهما معلمة الشكل (Shape parameter θ) ومعلمة القياس Scale parameter (λ) باستعمال ثلاث طرائق للتقدير وهي طريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى Least square method وطريقة المقدر المقلص Shrinkage method في ظل معاينة المجموعات المرتبة , ومن ثم ايجاد تقدير دالة المعولية Reliability ومن ثم اختيار افضل تقدير لها باستعمال بعض المعايير الاحصائية. وتم استعمال اسلوب المحاكاة مونت-كارلو لتحديد افضلية الطرائق المستعملة من خلال المقارنة بمقياس متوسط مربعات الخطا و مقدار التحيز , اذ بينت نتائج تجارب المحاكاة ان افضل طريقة لتقدير دالة المعولية في ظل معاينة المجموعات المرتبة هي طريقة المقدر المقلص بنسبة افضلية 40% وتليها طريقة كل من المربعات الصغرى والامكان الاعظم بنسبة 30%. وتم ايضا استعمال بيانات حقيقية تمثل اوقات الفشل للسيراميك الترميم للاسنان لتطبيق الطريقة الافضل وبينت نتائج الجانب التطبيقي ملائمة طريقة المقدر المقلص مع البيانات الحقيقية الخاصة باوقات الفشل للسيراميك الترميم للأسنان.

Abstract

In order to achieve the objectives sought by the researcher, he must collect data and information on that research, and because some data is difficult to obtain or cannot be obtained for reasons of cost, effort and time, he must choose the method of inspection, which ensures the achievement of research objectives at the minimum time Less effort and less cost. In order to solve these problems, it is necessary to use the sampling method, which ensures that the time, effort and cost of data are reduced. Under these circumstances, the concept of ranked group sampling (RSS) seems useful for obtaining a lot of information. Therefore, the purpose of the thesis is to estimate the Frechet Distribution parameters of the shape parameter (θ) and the scale parameter (λ) using three estimation methods: the maximum possible method, the least square method and the Shrinkage method , And then find an estimate of the reliability function and then choose the best estimate using some statistical criteria. The simulation

method of Monte Carlo was used to determine the superiority of the methods used by comparing the average error squares and the amount of bias. The results of the simulation experiments showed that the best method for estimating the reliability function in the order of the concentration of the ordered groups is the method Shrinkage of 40% The Least squares and the Maximum Likelihood in the rate of 30%. Real data representing the failure times of the dental restoration ceramics were also used to apply the best method. The results of the applied side showed that the shrinkage method was appropriate with the actual data of the failure times for the dental restoration ceramics.

الكلمات المفتاحية : معاينة المجموعة المرتبة , توزيع فريجت, طريقة الامكان الاعظم , طريقة المربعات الصغرى , طريقة المقدر المقلص

(Introduction)

المقدمة :

تعد تكلفة جمع البيانات من الاسباب الرئيسية لاستعمال طرائق المعاينة المختلفة لاسيما اذا كانت تكاليف قياس صفات معينة من الوحدات التي نرغب في دراستها مرتفعة او تحتاج وقتا اطول لقياسها. ومن الطرائق الفاعلة في تقليل كلفة جمع البيانات هي معاينة المجموعة المرتبة (**Ranked set Sampling (RSS)** , عن طريق تخفيض حجم العينة وفق شروط معينة, وعلى الرغم من كون معاينة المجموعة المرتبة قديمة الا انها لم تستعمل ولم تنتشر بشكل واسع الا في العقد الاخير من القرن الماضي على الرغم من فعاليتها في خفض تكاليف جمع البيانات. عند اختيار عينة عشوائية بسيطة **Simple random sampling(SRS)** من المجتمع قيد الدراسة, الاستدلال الاحصائي عن القياسات الفردية في المجتمع غير دقيق في تمثيله لخصائص ذلك المجتمع كما في المتوسط الحسابي والوسيط , فلذلك فان تلك العينة العشوائية البسيطة الواحدة لا تساعدنا كثيرا اذا كانت عناصر العينة المختارة من المجتمع في الحقيقة ليست ممثلة بصورة جيدة للمجتمع قيد الدراسة, لذلك نحن ملزمون بالبحث عن طريقة معاينة تتوافق مع هذا المفهوم , مالم نكن راغبين في زيادة حجم العينة وتوسيع عدد مشاهدتها وجعل الاستدلالات عنها اكثر دقة. ان اول من اقترح فكرة معاينة المجموعات المرتبة هو **McIntyre (1952)** ضمن جهوده المتميزة في ايجاد مقدر يكون اكثر فاعلية في تقدير انتاج حقول الرعي الواسعة في استراليا. من جانب اخر , ظهرت المعولية في منتصف القرن الماضي مشتقة من عبارة (معول عليه) التي تشير إلى الوثوق بالشيء والاعتماد عليه, وازداد الاهتمام بها بعد الانتشار الواسع للصناعة وازدياد التعقيدات الميكانيكية, الكهربائية والالكترونية في المعدات وكانت البحوث قبل ذلك تقتصر على السيطرة النوعية وصيانة المكائن علما ان نظرية المعولية **Reliability Theory** تتعامل مع أعمار الانظمة و المعدات والمكائن ونظرية البقاء **Survival Theory** تتعامل مع احتمالات البقاء ومتوسط الحياة واحتمال أن يكون عمر الخلية او الكائن الحي أكبر من زمن معين وهما يشتركان في قياس طول الحياة سواء كان للماكنة ام للكائن الحي. وهناك العديد من الدراسات والبحوث التي تناولت موضوع معاينة المجموعات المرتبة , ففي عام 1972 راجع (**DELL** و **CLUTTER**)⁽⁷⁾ مفهوم معاينة المجموعات المرتبة مع النظر بشكل خاص للاخطاء خلال الحكم على ترتيب العناصر لكون معاينة المجموعات المرتبة توظف الترتيب للحكم على العينة لتقدير متوسط المجتمع, وهذه الطريقة مفيدة في حالة كون القياس الكمي صعبا. وفي عام 2015 استخدم **Mahdi (salehi)** و **(Jafar ahmadi)**⁽¹⁵⁾ مقدر الأماكن الأعظم **Mles** كمقدر غير متحيز بأقل تباين منتظم (**UMVUE**) لمعلمة الأجهاد والقوة بالاستناد على معاينة المجموعة المرتبة المسجلة وكذلك حدود الثقة لنموذج الأجهاد والقوة بالاستناد على معاينة المجموعة المرتبة العليا وقارن النتائج بالاستناد على دراسة محاكاة واستنتج بأن حدود الثقة للـ **URSS** أفضل من **Mles** للـ **RRSS** . وفي عام 2017 بين كل من (**Selma Gürler , Melek Esemem**)⁽⁹⁾ أن معاينة المجموعة المرتبة (**RSS**) هي طريقة كفوءة لتقدير المعلمات عندما يكون من الصعوبة الحصول على القياسات المضبوطة للمشاهدات او تكون مكلفة الحصول , واستعملوا طريقة الأماكن الأعظم (**Maximum likelihood Estimation**) لتقدير

معلمة الشكل ومعلمة القياس لتوزيع رايلي المعمم (**Generalized Relyeh Distribution**) بالاستناد على معاينة المجموعة المرتبة (**RSS**) وقرنوا النتائج بالاستناد الى معيار التحيز (**Biase**) ومعيار متوسط مربعات الخطأ (**MSE**) (**Mean square error**) ، والكفاءة النسبية للمقدرات في حالة المعاينة العشوائية البسيطة (**Simple random sampling**) (**SRS**) ومعاينة المجموعة المرتبة المتطرفة (**ERSS**) ومعاينة المجموعة المرتبة الوسيطة (**Median Rss**) لمجموعات مختلفة ودورات مختلفة باستعمال المحاكاة بطريقة فوشي كارلوا لتجربة مكونة من 10,000 تكرار .

(Problem of Research)

مشكلة البحث:

في الكثير من التطبيقات العملية تكون القياسات الحقيقية للمتغير المدروس مكلفة جدا او فيها ضياع للوقت او لايمكن الحصول عليها بسهولة, او ان العينة العشوائية البسيطة الواحدة لا تمثل المجتمع قيد الاهتمام تمثيل جيد ودقيق , ولكن لترتيب عناصر المتغير تحت الدراسة يسمح بالحصول على مشاهدات عن المتغير المراد دراسته وبسهولة, ووفقا لهذه الظروف لابد من البحث عن خطة معاينة تكون مناسبة لمثل هذه المشكلة. ومن تلك الطرائق هي التي تسمى **Ranked set sampling** والتي تطبق للحصول على الكثير من المعلومات , بدلا من المعاينة العشوائية البسيطة **Simple Random sampling** مع الاحتفاظ بقيد التكلفة او الوقت الضروري للحصول على البيانات. لذلك كانت معاينة المجموعات المرتبة الطريقة الافضل للحصول على تلك البيانات وتحقق اختصارا للوقت والجهد والتكلفة.

(Purpose of Research)

هدف البحث:

يبدو مفهوم خطة مجموعة المعاينة المرتبة (**Ranked Set Sampling RSS**) مفيد في الحصول على الكثير من المعلومات افضل مما في حالة المعاينة العشوائية البسيطة (**Simple Random Sample SRS**) , لذلك سيكون هدف البحث هو تقدير معلمات توزيع فريجت **Frechet Distribution** وهما معلمة الشكل (**Shape parameter**) (θ) ومعلمة القياس **Scale parameter** (λ) باستعمال ثلاث طرائق للتقدير وهي طريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى **Least square method** وطريقة المقدر المقلص **Shrinkage method** في ظل معاينة المجموعات المرتبة , و ايجاد تقدير دالة المولية **Reliability** ومن ثم اختيار افضل تقدير لها باستعمال بعض المعايير الاحصائية.

[4,18] Ranked set sampling

معاينة المجموعة المرتبة

هي تقنيات ضمن المعاينة العشوائية البسيطة تضمن الحصول على قياسات العينة باقل وقت وجهد وكلفة. وتستعمل في حال كون الحصول على البيانات ضعيفا ومكلفا , او القياسات الحقيقية غير متوفرة او يصعب الحصول عليها . معاينة المجموعة المرتبة وسيلة لجمع البيانات بطريقة تساعد على لفت الانتباه مباشرة حول القياسات الاكثر تمثيلا للمجتمع اي عن طريق معاينة المجموعة المرتبة سنحصل على القياسات التي لها الحظ الاكثر لتمثيل المجتمع وبذلك سنحصل على قياسات من المرجح ان تمتد الى نطاق القيم في المجتمع.

[4, 18, 2] Collect the sample of ranked set

جمع عينة المجموعة المرتبة

للحصول على n من المشاهدات من المجتمع لتكون عينة مجموعة مرتبة يتم بالخطوات الاتية:

1- نختار عشوائيا m من المجموعات كل مجموعة بحجم m من مجتمع البحث باستعمال المعاينة العشوائية البسيطة **SRS** .

- 2- ترتب كل مجموعة وفقا بصفة محددة مسبقا, كأن يكون ترتيبا تصاعديا او حسب خبرة الباحث نظريا بدون المشاهدات الحقيقية , وحسب تقنيات معينة كأن تكون:
- المقارنة البصرية
 - رأي الخبراء
 - وجود متغير مصاحب
 - لايمكن تضمين الكمية تحت الدراسة.
- 3- بعد الترتيب نختار اصغر وحدة مرتبة من المجموعة الاولى واصغر وحدة مرتبة ثانية من المجموعة الثانية ونستمر بالعملية حتى اختيار اكبر وحدة مرتبة من المجموعة الاخيرة , والوحدات m التي تم اختيارها هي التي تدخل في التحليل فقط , ومن الممكن عكس العملية اي اختيار اكبر وحدة من المجموعة الاولى ثم اكبر وحدة ثانية من المجموعة الثانية ونستمر لحين اختيار اصغر وحدة من المجموعة الاخيرة . والوحدة التي يتم الحكم عليها بانها الاصغر يتم تضمينها ضمن عينة المجموعة المرتبة , وهذه الوحدة الاصغر تدعى الاحصاء المرتبة المحكمة الاولى ويرمز لها $Y_{[1]}$ ونلاحظ باننا رمزنا بالقوسين المربعين لتمييز المشاهدة عن الاحصاء المرتبة الحقيقية والتي غالبا ما نرمز لها بالرمز $Y_{(1)}$. وان الوحدات المتبقية ($m-1$) ليس لها دور الا في المساعدة في اختيار اصغر وحدة مرتبة والباقي ليس لها اعتبار.
- 4- نكرر نفس الاجراء لاختيار المفردة الثانية $Y_{[2]}$ باختيار ثاني اصغر احصاء مرتبة محكمة, ونستمر بالاجراء لحين الحصول على $Y_{[m]}$ مفردة, فان السلسلة $Y_{[1]}, Y_{[2]}, \dots, Y_{[m]}$ تدعى دورة Cycle (هي عينة مجموعة مرتبة تم اختيارها لمرة واحدة) , ولحد هذا الاجراء نكون قد حصلنا على عينة المجموعة المرتبة المتزنة Balanced RSS بسبب اننا اخترنا وحدة واحدة من كل رتبة.
- 5- واذا كان المطلوب الحصول على عينة ذات حجم كبير, فاننا نعيد الاجراء r من المرات للحصول على حجم عينة $n = mr$ والتي تمثل عينة مجموعة مرتبة .

ان الاجراء لدورة واحدة $r = 1$ ولمجموعات $m = 3$ موضح كالآتي :

$$\left[\begin{array}{l} Y_{1(1:3)} \leq Y_{1(2:3)} \leq Y_{1(3:3)} \\ Y_{2(1:3)} \leq Y_{2(2:3)} \leq Y_{2(3:3)} \\ Y_{3(1:3)} \leq Y_{3(2:3)} \leq Y_{3(3:3)} \end{array} \right] \dots (1)$$

إذ ان $Y_{i(h:m)}$ تمثل الوحدة المرتبة رقم h من المجموعة i

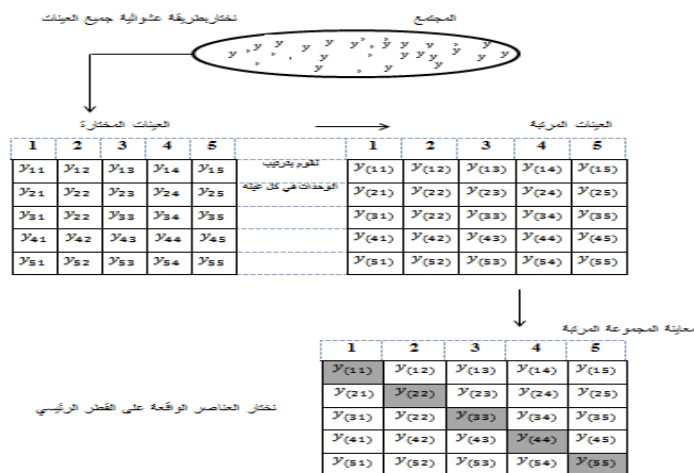
واذا كررنا نفس الاجراء s من المرات فان عينة المجموعات المرتبة RSS تكون كالآتي:

$$\left[\begin{array}{l} Y_{1(1:3)1} \leq Y_{1(2:3)1} \leq Y_{1(3:3)1} \\ Y_{2(1:3)1} \leq Y_{2(2:3)1} \leq Y_{2(3:3)1} \\ Y_{3(1:3)1} \leq Y_{3(2:3)1} \leq Y_{3(3:3)1} \\ \\ Y_{1(1:3)2} \leq Y_{1(2:3)2} \leq Y_{1(3:3)2} \\ Y_{2(1:3)2} \leq Y_{2(2:3)2} \leq Y_{2(3:3)2} \\ Y_{3(1:3)2} \leq Y_{3(2:3)2} \leq Y_{3(3:3)2} \\ \\ \vdots \end{array} \right] \dots (2)$$

$$\begin{aligned}
 Y_{1(1:3)r} &\leq Y_{1(2:3)r} \leq Y_{1(3:3)r} \\
 Y_{2(1:3)r} &\leq Y_{2(2:3)r} \leq Y_{2(3:3)r} \\
 Y_{3(1:3)r} &\leq Y_{3(2:3)r} \leq Y_{3(3:3)r}
 \end{aligned}$$

ان $Y_{i(h:m)j}$ تمثل الوحدة المرتبة رقم h من المجموعة i في الدورة j

وان $n = mr$ عينة مرتبة بحجم عينة مجموعات مرتبة بمرتبة $Y_{i(h:m)j}$; $i = h = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, r$,
 ولتبسيط الرموز سنرمز الى Y_{ij} بـ $Y_{i(h:m)j}$ إذ ان Y_{ij} تكون مستقلة ومتماثلة التوزيع Identically independent distributed (iid) والشكل (1) يوضح خطوات اختيار عينة المجموعة المرتبة [2] .



الشكل (1) خطوات اختيار عينة المجموعات المرتبة

[5,10,14, 17] Frechet Distribution

توزيع فريجت

يعد توزيع فريجت واحدا من التوزيعات الاحتمالية المستمرة المهمة الذي قدم من عالم الرياضيات الفرنسي Maurice Frechet (1828–1973). وله تطبيقات واسعة في تحليل بعض الاحداث مثل الهزات الارضية، الزلازل، الفيضانات، سقوط الامطار، سرعة الرياح، اختبارات الحياة، تيارات البحار، السلوك الاحصائي لخواص المواد في المجالات الهندسية وكذلك يستعمل في نمذجة وفيات الاطفال الرضع وفي نمذجة فترات فعاليات الكلف والفعاليات الخاصة بمدد الصيانة. ويستعمل توزيع فريجت في نمذجة معدلات الفشل والتي هي شائعة الاستعمال في دراسة المعولية Reliability والدراسات البايولوجية وتحليل الاشارات الضوئية وبناء نماذج الاخطاء.

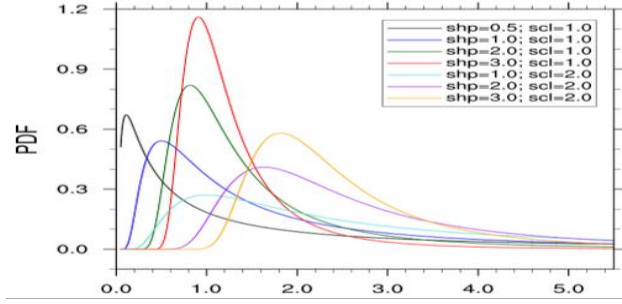
سنتناول في موضوع بحثنا تقدير المعولية لتوزيع فريجت ذو المعلمتين (معلمة الشكل θ , معلمة القياس λ) في ظل بيئة معاينة المجموعات المرتبة (Ranked set Sampling (RSS).

ليكن المتغير العشوائي المستمر y يتوزع توزيع فريجت ، فان دالة الكثافة الاحتمالية له هي :

$$f(y, \theta, \lambda) = \theta \lambda^\theta y^{-(\theta+1)} \exp\left(-\left(\frac{\lambda}{y}\right)^\theta\right) ; y > 0 \quad \dots(3)$$

وان $\theta > 0$ معلمة الشكل Shape Parameter و $\lambda > 0$ معلمة القياس Scale Parameter

والشكل (2) يبين منحنى دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع لقيم مختلفة من θ و λ .

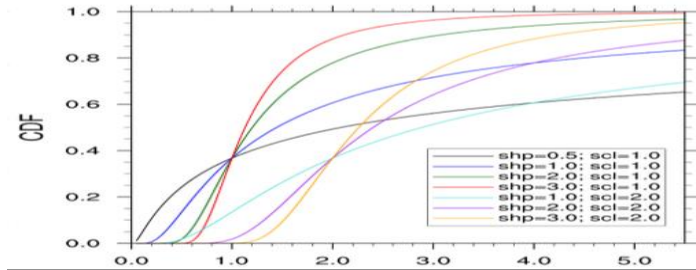


الشكل (2) منحني دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع فريجت الاحتمالي لقيم مختلفة من θ و λ

وان الدالة التوزيعية Cumulative Distribution Function تعطى بالشكل الاتي :

$$F(y) = P(Y \leq y) = \int_0^y f(u)du = \exp\left(-\left(\frac{\lambda}{y}\right)^\theta\right); y > 0 \quad \dots(4)$$

والشكل (3) يبين منحني الدالة التوزيعية التراكمية لتوزيع فريجت الاحتمالي لقيم مختلفة من θ و λ .

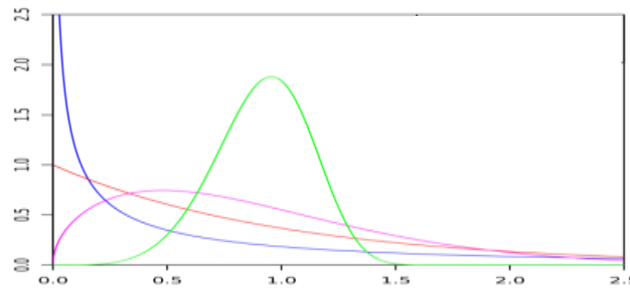


الشكل (3) منحني الدالة التوزيعية التراكمية لتوزيع فريجت الاحتمالي لقيم مختلفة من θ و λ

وان دالة المعولية (Reliability Function) كالاتي:

$$R(t) = 1 - F(t) = \int_t^\infty f(t)dt = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\lambda}{t}\right)^\theta\right) \quad \dots(5)$$

والشكل (4) يبين منحني دالة المعولية لتوزيع فريجت الاحتمالي لقيم مختلفة من θ و λ



الشكل (4) منحني دالة المعولية لتوزيع فريجت الاحتمالي لقيم مختلفة من θ و λ

ودالة المخاطرة (Hazard Function) كالاتي:

$$H(t) = \theta \lambda^\theta t^{-(\theta+1)} \exp\left(-\left(\frac{\lambda}{t}\right)^\theta\right) \left(1 - \exp\left(-\left(\frac{\lambda}{t}\right)^\theta\right)\right)^{-1} \quad \dots(6)$$

وان العزم ذا المرتبة k عن نقطة الاصل k'th Moment about origin:

$$EY^k = \int_0^{\infty} Y^k f(y) dy = \lambda^k \Gamma(1 - \frac{k}{\theta}); k=1,2,3,\dots \quad \dots(7)$$

وان متوسط وتباين التوزيع Mean & Variance:

$$\mu_y = \lambda \Gamma(1 - \frac{1}{\theta}) \quad \dots(8)$$

$$\sigma_y^2 = \lambda^2 [\Gamma(1 - \frac{2}{\theta}) - \Gamma^2(1 - \frac{1}{\theta})] \quad \dots(9)$$

[13,12] Reliability

المعولية

المعولية هي احتمال ان النظام او احد مكوناته سوف يؤدي وظيفته المطلوبة لمدة من الزمن تحت ظروف تشغيلية طبيعية وهي بذلك تمثل احتمال عدم الفشل لمدة من الزمن . ويمكن ان تعرف المعولية بالاعتماد على الزمن او أي مقياس اخر مثلا لكل كيلو متر او لكل عدد من الوحدات او لكل دفعة انتاج او غيرها.

اذا كان T متغير عشوائي يمثل المدة الزمنية اللازمة لحدوث الفشل ، او وقت الاشتغال حتى حدوث الفشل. فهو يمثل الزمن المتراكم لحياة نظام معين خلال تلك المدة، فيمكن تعريف المعولية رياضيا كالآتي:

$$R_T(t) = P(T \geq t) = \int_t^{\infty} f_T(y) dx = 1 - \int_0^t f_T(y) dy = 1 - F_T(t)$$

$$R_T(t) = 1 - \exp(-(\frac{\lambda}{t})^{\theta}) \quad \dots(10)$$

بالخصائص الآتية:

- $R(0) = p(T < 0) = 1$
- $R(\infty) = 0$
- $0 \leq R(t) \leq 1$
- $t_1 < t_2$ فان $R(t_1) \geq R(t_2)$

دالة الكثافة الاحتمالية لمعاينة المجموعات المرتبة [18,16]

Probability Density function for Ranked set sampling

لنكن لدينا المشاهدات $(y_{11}, y_{22}, \dots, y_{mm})$ والتي تمثل عينة عشوائية متزنة (Balanced Rank Set Sample) (BRSS) وان الدالة الاحتمالية المتمثلة للمتغير العشوائي (Y_i) هي دالة الاحصاءات المرتبة والمعرفة بالمعادلة:

$$g(y_i/\theta, \lambda) = \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} [F(y_i/\theta, \lambda)]^{i-1} [1 - F(y_i/\theta, \lambda)]^{n-i} f(y_i/\theta, \lambda) \quad \dots (11)$$

واذا كانت العينة مسحوبة من مجتمع له توزيع فريجت **Frechet Distribution** فان الدالة الاحتمالية المتمثلة للمتغير العشوائي (y_i) تكون كالآتي :

$$g(y_i/\theta, \lambda) = \sum_{k=0}^{i-1} i C_i^n C_k^{i-1} (-1)^k \theta \lambda^{\theta} y_i^{-(\theta+1)} e^{-\left(\frac{\lambda}{y_i}\right)^{\theta}} \quad \dots (12)$$

وعليه فان الدالة الاحتمالية المشتركة (**Joint density Function**) تعرف كالآتي:

$$g(y/\theta, \lambda) = \prod_{i=1}^n \sum_{k=0}^{i-1} [i C_i^n C_k^{i-1} (-1)^k] \theta \lambda^{\theta} y_i^{-(\theta+1)} e^{-\left(\frac{\lambda}{y_i}\right)^{\theta}} \quad \dots (13)$$

Method of Estimation

طرائق التقدير

1- طريقة الامكان الاعظم في ظل معاينة المجموعات المرتبة [16,3,6,2,11]

Maximum likelihood Estimation under RSS

تستند هذه الطرائق إلى مفهوم دالة الامكان (الترجيح) والتي تعرف كالآتي :

ليكن $\{y_i\}$, $i = 1, 2, \dots, n$ عينة عشوائية من توزيع له دالة كثافة احتمالية $f(y, \theta, \lambda)$, $\theta, \lambda \in \Omega$, فان دالة الامكان likelihood function (L) هي دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة للعينة العشوائية y_1, y_2, \dots, y_n .

$$L(\theta, \lambda, y_1, y_2, \dots, y_n) = f(y_1, y_2, \dots, y_n, \theta, \lambda) \\ = \prod_{i=1}^n f(y_i; \theta, \lambda)$$

في طريقة الامكان الاعظم المقدرات $\hat{\theta}$, $\hat{\lambda}$ تجعل دالة الامكان في نهايتها اي ان:

$$L(\hat{\theta}, \hat{\lambda}, y_1, y_2, \dots, y_n) = \max\{L(\theta, \lambda, y_1, y_2, \dots, y_n), \theta, \lambda \in \Omega\} \quad \dots (14)$$

و ويرمز للمقدرات بطرائق الامكان الاعظم بـ $\hat{\lambda}_{mle}$ $\hat{\theta}_{mle}$.

سهولة الحل يمكن استعمال اللوغارتم الطبيعي لدالة الامكان الاعظم بسبب ان $L(\theta, \lambda)$, $\log(L(\theta, \lambda))$ لهما نهاية

عظمى عند نفس القيمة لـ θ و λ .

والان باستعمال خوارزمية **RSS** فإننا نستطيع استخراج دالة الامكان لتوزيع فريجت كالآتي:

$$L(y_{ij}, \theta, \lambda) = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^r f(y_{ij}) ; \quad i=1, 2, \dots, m, \quad j=1, 2, \dots, r \\ = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^r T [F(y_{ij}/\theta, \lambda)]^{i-1} (1 - F(y_{ij}/\theta, \lambda))^{m-i} f(y_{ij}/\theta, \lambda)$$

إذ ان :

$$T = \binom{m}{i} = \frac{m!}{(i-1)!(m-i)}$$

$$L(y_{ij}, \theta, \lambda) = T^{mr} \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^r [F(y_{ij})]^{i-1} [(1 - F(y_{ij}/\theta, \lambda))]^{m-i} f(y_{ij}/\theta, \lambda)$$

$$\log L(y_{ij}, \theta, \lambda) = mr \log T + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r (i-1) \log F(y_{ij}) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r (m-i) \log(1 - F(y_{ij}/\theta, \lambda)) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \log f(y_{ij}/\theta, \lambda)$$

$$\ell = \log L(y_{ij}, \theta, \lambda) \quad \text{وليكن}$$

$$\ell = mr \log T + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r (i-1) \log F(y_{ij}) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r (m-i) \log(1 - F(y_{ij}/\theta, \lambda)) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \log f(y_{ij}/\theta, \lambda) \quad \dots (15)$$

والمعادلة (15) تمثل لوغارتم دالة الامكان لمشاهدات عينة المجموعة المرتبة , وبالتعويض عن دالة توزيع فريجت التراكمية $F(y_{ij}/\theta, \lambda)$ ودالة توزيع فريجت الاحتمالية $f(y_{ij}/\theta, \lambda)$ كما في الصيغ (4) و(3) في (15) ينتج:

ودالة توزيع ينتج :

$$\ell = mr \log T + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r (i-1) \log e^{-\left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r (m-i) \log \left(1 - e^{-\left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta}\right) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \left[\log \theta + \theta \log \lambda - (\theta + 1) \log y_{ij} - \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta \right]$$

$$\ell = mr \log T - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r (i-1) \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r (m-i) \log \left(1 - e^{-\left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta}\right) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \left[\log \theta + \theta \log \lambda - (\theta + 1) \log(y_{ij}) - \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta \right]$$

$$\ell = mr \log T + mr \log \theta + mr \log \lambda - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r (i-1) \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r (m-i) \log \left(1 - e^{-\left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta}\right) - (\theta + 1) \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \log(y_{ij}) - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta \dots (16)$$

والآن نشق المعادلة (16) بالنسبة لـ θ و λ للحصول على مقدرات الأماكن الأعظم كالاتي:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ell}{\partial \theta} &= \frac{mr}{\theta} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r (i-1) \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta \log \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r (m-i) \frac{e^{-\left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta} \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta \log \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)}{1 - e^{-\left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta}} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \log y_{ij} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta \log \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right) \\ &= \frac{mr}{\theta} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r (i-1) \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta \log \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r (m-i) \frac{e^{-\left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta} \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta \log \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)}{1 - e^{-\left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta}} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \log y_{ij} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta \log \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right) = 0 \end{aligned} \dots (17)$$

ثم نشق لوغارتم دالة الأماكن الأعظم بالنسبة (λ) وكالاتي:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ell}{\partial \lambda} &= \frac{mr}{\lambda} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r (i-1) \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^{\theta-1} \left(\frac{\theta}{y_{ij}}\right) - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r (m-i) \frac{\theta e^{-\left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta} \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^{\theta-1}}{y_{ij} (1 - e^{-\left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta})} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^{\theta-1} \left(\frac{\theta}{y_{ij}}\right) \\ \frac{\partial \ell}{\partial \lambda} &= 0 \Rightarrow \\ &= \frac{mr}{\lambda} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r (i-1) \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^{\theta-1} \left(\frac{\theta}{y_{ij}}\right) - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r (m-i) \frac{\theta e^{-\left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta} \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^{\theta-1}}{y_{ij} (1 - e^{-\left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta})} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^{\theta-1} \left(\frac{\theta}{y_{ij}}\right) = 0 \end{aligned} \dots (18)$$

ونلاحظ ان المعادلتين (17) و(18) لا يمكن حلها بالطرائق الرياضية الاعتيادية , لذلك سنستخدم الطرائق التكرارية العددية لنحصل على مقدري الأماكن الأعظم $\hat{\lambda}_{mle}$ $\hat{\theta}_{mle}$.وبما ان طريقة الامكان الاعظم تتمتع بخاصية الثبات *Invariant* لذلك فان تقدير دالة المعولية للتوزيع يكون كالاتي :

$$\dots (19) R(t)_{RSS} = 1 - \exp \left(- \left(\frac{\hat{\lambda}_{mle}}{t} \right)^{\hat{\theta}_{mle}} \right)$$

2-طريقة المربعات الصغرى في ظل معاينة المجموعة المرتبة [8][11]

Least Square method Under RSS

تعد طريقة المربعات الصغرى من الطرائق المهمة في تقدير معالم التوزيع الاحتمالي , لانها تعمل على ايجاد المقدرات عن طريق تصغير مجموع مربعات الاخطاء (الفرق) بين دالة التوزيع التراكمية CDF للتوزيع المدروس وأحد المقدرات اللامعلمية للدالة الاحتمالية التراكمية , ورياضيا يمكن ان يكتب كالآتي :

$$LS = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \left(F(y_{ij}) - \frac{ij}{mr+1} \right)^2 \quad \dots(20)$$

او

$$LS = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \left(F(y_{ij}) - \frac{ij-0.5}{mr+2} \right)^2 \quad \dots(21)$$

وغيرها من مربعات الفروق , وبالنسبة لموضوع بحثنا سوف نطبق الصيغة الاولى:

$$LS = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \left(F(y_{ij}) - \frac{ij}{mr+1} \right)^2$$

$$LS = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \left(e^{-\left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta} - \frac{ij}{mr+1} \right)^2 \quad \dots(22)$$

وباشتقاق المعادلة (56) بالنسبة لـ θ و λ ونساوي بالصفر ينتج :

$$\dots(23) \quad \frac{\partial \log LS}{\partial \theta} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \left(e^{-\left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta} - \frac{ij}{mr+1} \right) e^{-\left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta} - \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta \log \left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right) = 0$$

$$\dots(24) \quad \frac{\partial \log LS}{\partial \lambda} = \lambda \theta^{\lambda-1} \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \frac{\left(e^{-\left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta} - \frac{ij}{mr+1} \right) e^{-\left(\frac{\lambda}{y_{ij}}\right)^\theta}}{y_{ij}^\lambda} \right)$$

والمعادلتان (23) و (24) لا يمكن حلها بالطرائق الرياضية الاعتيادية لذلك سنستخدم الطرائق التكرارية العددية لاجاد $\hat{\lambda}_{LS}$ و $\hat{\theta}_{LS}$

لذلك فان تقدير دالة المعولية في ظل طريقة المربعات الصغرى للبيانات المرتبة للتوزيع يكون كالآتي :

$$\dots(25) R(t)_{RSS} = 1 - \exp \left(- \left(\frac{\hat{\lambda}_{LS}}{t} \right)^{\hat{\theta}_{LS}} \right)$$

3- الطريقة المختلطة (المقدر المقلص) في ظل معاينة المجموعة المرتبة [1]

Mixed(Shrinking) method Under RSS

اذا كان لدينا مقدران معلومان نستطيع تكوين مقدر ثالث جديد يمثل تركيب خطي من المقدرين المعلومين باستعمال الطريقة المختلطة.

فاذا فرضنا $\hat{\theta}_1$ مقدر mle و $\hat{\theta}_2$ مقدر ols فإن المقدر الجديد يمثل خليط من المقدرين المذكورين ويرمز له بالرمز $\hat{\theta}_m$ والمعرف بالمعادلة :

$$\hat{\theta}_m = P\hat{\theta}_1 + (1 - P)\hat{\theta}_2$$

اذ ان P مقدار ثابت ($0 \leq P \leq 1$) ويتم تحديد قيمة P التي تعمل على تصغير متوسط مربعات الخطأ (Mse) لهذا المقدر المختلط ($\hat{\theta}_m$) وذلك حسب الخطوات الآتية:

$$\hat{\theta}_m = P\hat{\theta}_1 + (1 - P)\hat{\theta}_2$$

$$\hat{\theta}_m - \theta = P\hat{\theta}_1 + (1 - P)\hat{\theta}_2 - \theta \quad (\text{نطرح من الطرفين } \theta)$$

$$\hat{\theta}_m - \theta = P\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 - P\hat{\theta}_2 - \theta \quad \text{ويفتح القوس في المعادلة المذكورة انفا}$$

$$\hat{\theta}_m - \theta = P\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 - P\hat{\theta}_2 - \theta + P\theta - P\theta \quad (\text{اضافة طرح } P\theta)$$

$$\hat{\theta}_m - \theta = (P\hat{\theta}_1 - P\theta) - (P\hat{\theta}_2 - P\theta) + (\hat{\theta}_2 - \theta)$$

$$= P[(\hat{\theta}_1 - \theta) - (\hat{\theta}_2 - \theta) + (\hat{\theta}_2 - \theta)]$$

نربع الطرفين

$$\begin{aligned} [\hat{\theta}_m - \theta]^2 &= P^2[(\hat{\theta}_1 - \theta) - (\hat{\theta}_2 - \theta)]^2 + [\hat{\theta}_2 - \theta]^2 + 2P[(\hat{\theta}_1 - \theta) - (\hat{\theta}_2 - \theta)][\hat{\theta}_2 - \theta] \\ &= P^2[\hat{\theta}_1 - \theta]^2 + P^2[\hat{\theta}_2 - \theta]^2 - 2P^2(\hat{\theta}_1 - \theta)(\hat{\theta}_2 - \theta) + [\hat{\theta}_2 - \theta]^2 + 2P[\hat{\theta}_1 - \theta][\hat{\theta}_2 - \theta] - \\ &\quad 2P[\hat{\theta}_2 - \theta]^2 \end{aligned}$$

ادخال التوقع للطرفين للمعادلة المذكورة انفا نحصل على :

$$Mse(\hat{\theta}_m) = P^2Mse(\hat{\theta}_1) + P^2Mse(\hat{\theta}_2) - 2P^2Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) + Mse(\hat{\theta}_2) + 2PCov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - 2PMse(\hat{\theta}_2)$$

نشتق المعادلة المذكورة انفا بالنسبة ل P ونساويها مع الصفر فنحصل على :

$$\frac{\partial mse(\hat{\theta}_m)}{\partial P} = 2PMse(\hat{\theta}_1) + 2PMse(\hat{\theta}_2) - 4PCov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) + 2Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - 2Mse(\hat{\theta}_2)$$

$$PMse(\hat{\theta}_1) + PMse(\hat{\theta}_2) - 2PCov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) + Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - Mse(\hat{\theta}_2) = 0$$

$$P[Mse(\hat{\theta}_1) + Mse(\hat{\theta}_2) - 2Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)] + Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - Mse(\hat{\theta}_2) = 0$$

نحصل على قيمة P التي تحقق اصغر متوسط مربعات خطأ ممكن

$$P = \frac{Mse(\hat{\theta}_2) - Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)}{Mse(\hat{\theta}_1) + Mse(\hat{\theta}_2) - 2Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)}$$

اذا المقدر الجديد المختلط هو

$$\dots(26) \text{Estimated new} = P\hat{\theta}_{ols} + (1 - P)\hat{\theta}_{mle}$$

اما في حالة ايجاد مقدر (λ_m) جديد مختلط فيمكن ذلك عن طريق الآتي:

$$\hat{\lambda}_m = P\hat{\lambda}_1 + (1 - P)\hat{\lambda}_2$$

اذ ان مقدار ثابت ويتم تحديد قيمة P التي تعمل على تصغير متوسط مربعات الخطأ (Mse) لهذا المقدر المختلط ($Mse(\hat{\lambda}_m)$) وذلك حسب الخطوات الآتية:

$$\hat{\lambda}_m = P\hat{\lambda}_1 + (1 - P)\hat{\lambda}_2$$

$$\hat{\lambda}_m - \lambda = P\hat{\lambda}_1 + (1 - P)\hat{\lambda}_2 - \lambda \quad (\lambda) \text{ نطرح من الطرفين}$$

$$\hat{\lambda}_m - \lambda = P\hat{\lambda}_1 + \hat{\lambda}_2 - P\hat{\lambda}_2 - \lambda \quad \text{ويفتح القوس في المعادلة المذكورة انفا}$$

$$\hat{\lambda}_m - \lambda = P\hat{\lambda}_1 + \hat{\lambda}_2 - P\hat{\lambda}_2 - \lambda + P\lambda - P\lambda \quad (P\lambda) \text{ اضافة طرح}$$

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}_m - \lambda &= (P\hat{\lambda}_1 - P\lambda) - (P\hat{\lambda}_2 - P\lambda) + (\hat{\lambda}_2 - \lambda) \\ &= P[(\hat{\lambda}_1 - \lambda) - (\hat{\lambda}_2 - \lambda) + (\hat{\lambda}_2 - \lambda)] \end{aligned}$$

نربع الطرفين

$$[\hat{\lambda}_m - \lambda]^2 = P^2[(\hat{\lambda}_1 - \lambda) - (\hat{\lambda}_2 - \lambda)]^2 + [\hat{\lambda}_2 - \lambda]^2 + 2P[(\hat{\lambda}_1 - \lambda) - (\hat{\lambda}_2 - \lambda)][\hat{\lambda}_2 - \lambda]$$

$$= P^2[\hat{\lambda}_1 - \lambda]^2 + P^2[\hat{\lambda}_2 - \lambda]^2 - 2P^2(\hat{\lambda}_1 - \lambda)(\hat{\lambda}_2 - \lambda) + [\hat{\lambda}_2 - \lambda]^2 + 2P[\hat{\lambda}_1 - \lambda][\hat{\lambda}_2 - \lambda] - 2P[\hat{\lambda}_2 - \lambda]^2$$

ادخال التوقع للطرفين للمعادلة المذكورة انفا نحصل على :

$$Mse(\hat{\lambda}_m) = P^2Mse(\hat{\lambda}_1) + P^2Mse(\hat{\lambda}_2) - 2P^2Cov(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2) + Mse(\hat{\lambda}_2) + 2PCov(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2) - 2PMse(\hat{\lambda}_2)$$

وباشتقاق المعادلة المذكورة انفا بالنسبة لـ P ومساوتها الى الصفر فنحصل على :

$$\frac{\partial mse(\hat{\lambda}_m)}{\partial P} = 2PMse(\hat{\lambda}_1) + 2PMse(\hat{\lambda}_2) - 4PCov(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2) + 2Cov(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2) - 2Mse(\hat{\lambda}_2)$$

$$PMse(\hat{\lambda}_1) + PMse(\hat{\lambda}_2) - 2PCov(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2) + Cov(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2) - Mse(\hat{\lambda}_2) = 0$$

$$P[Mse(\hat{\lambda}_1) + Mse(\hat{\lambda}_2) - 2Cov(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2)] + Cov(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2) - Mse(\hat{\lambda}_2) = 0$$

وبتبسيط المعادلة المذكورة انفا نحصل على قيمة P التي تحقق اصغر متوسط مربعات خطأ ممكن:

$$P = \frac{Mse(\hat{\lambda}_2) - Cov(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2)}{Mse(\hat{\lambda}_1) + Mse(\hat{\lambda}_2) - 2Cov(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2)}$$

اذا المقدر الجديد المختلط هو

$$\dots(27) \text{Estimated new} = P\hat{\lambda}_{ols} + (1 - P)\hat{\lambda}_{mle}$$

لذلك يكون تقدير دالة المعولية كالآتي:

$$\dots(28) R(t)_{RSS} = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\hat{\lambda}_{\text{Estimated new}}}{t}\right)^{\hat{\theta}_{\text{Estimated new}}}\right)$$

تجربة المحاكاة Simulation: تم اعتماد اسلوب المحاكاة مونت - كارلو (*Simulation – Monte Carlo*) لتوليد بيانات مجموعات مرتبة باحجام مختلفة تستعمل في تقدير دالة المعولية لتوزيع فريجت *Frechet Distribution* في ظل معاينة المجموعات المرتبة. وللحصول على تقديرات المعولية سيتم اولا تقدير معالم توزيع فريجت λ و θ وفق الطرائق المستعملة في هذا البحث كالآتي :

✓ اختيار m عينات (**مجموعات**) *Random Samples* : اختيرت عدة احجام للمجموعات هي $(m = 3, 4, 6, 8)$ وبعد ان نختار العينات العشوائية نقوم بترتيب المشاهدات من الاصغر للاكبر . ثم بعدها يتم اختيار المشاهدة الاصغر في المجموعة الاولى , ثم المشاهدة الاصغر التي تليها من المجموعة الثانية وهكذا الى ان يتم اختيار عينة المجموعة المرتبة .

✓ اختيار عدد الدورات ($r = 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 13$)

✓ اختيار قيم افتراضية لمعاملات توزيع فريجت

Choosing Hypothesis Values of Parameters: اختيرت عدة قيم افتراضية لمعلمة الشكل θ ومعلمة

القياس λ لتوزيع فريجت وكما موضح في الجدول (1)

جدول (1) القيم الافتراضية (الاولية) لمعاملات توزيع فريجت

Parameter	θ	λ	θ	λ
Value	0.5	0.5	1.5	1

✓ توليد البيانات **Data Generation** :

- توليد متغير يتبع توزيعا منتظما $u \sim U(0, 1)$
- توليد بيانات تتبع توزيع فريجت بمجموعات مرتبة بتطبيق طريقة التحويل المعكوس لدالة التوزيع التراكمية وحسب الصيغة الآتية:

$$t_i = -\lambda / (\ln(u))^{\frac{1}{\theta}} ; i = 1, 2, \dots, n \quad \dots(29)$$

وتم توليد عينات مرتبة بحجم $n = mr$ بعد اختيار عينات عشوائية m وعدد دورات r لاختبار امكانية الطرائق المستخدمة في التقدير .

- تم الحصول على تقديرات θ و λ للعينة باستعمال طريقة نيوتن رافسون NR التكرارية في طريقة الامكان الاعظم (**Maximum Likelihood**) وفي طريقة المربعات الصغرى وطريقة المقدر المقلص, ثم استعمال تلك التقديرات في تقدير دالة المعولية للتوزيع , ولحجوم العينات المفترضة, و بتكرار (1000) مرة لكل تجربة محاكاة لغرض الحصول على تجانس عالي *Homogenous* في تقدير دالة المعولية لتوزيع فريجت.

- مقارنة نتائج المحاكاة : تتم مقارنة نتائج المحاكاة باستعمال المقاييس الاحصائية الآتية :

✓ متوسط مربعات الخطأ **Mean Square error** :

$$MSE(\hat{R}, R) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (\hat{R} - R)^2 \quad \dots(30)$$

تمثل K عدد التكرارات **Replication** لكل تجربة.

- التحيز **Bias** :

$$Bias(\hat{R}, R) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (\hat{R} - R) \quad \dots(31)$$

تمثل K عدد التكرارات **Replication** لكل تجربة .

وقد تم الحصول على نتائج المحاكاة باستعمال برنامج (Matlab 2015) وكما هو مبين في الملحق (A) وعرضت جميع النتائج في جداول خاصة سيتم توضيحها لاحقا.

تحليل نتائج المحاكاة **Analysis of Simulation**: ان الطرائق المستعملة في تقدير دالة المعولية هي:

1. طريقة الامكان الاعظم في ظل معاينة المجموعات المرتبة **MLE under RSS**
 2. طريقة المربعات الصغرى في ظل معاينة المجموعات المرتبة **OLE under RSS**
 3. طريقة المقدر المقلص في ظل معاينة المجموعات المرتبة **Shrinking under RSS**
- وان جداول المحاكاة تضمنت :

1. t_i تمثل الاوقات لحين الفشل وهي كنموذج لقيم تجربة من الف تجربة ونلاحظ بانها في تزايد.
2. R_{real} هي الوسط الحسابي لقيم دالة المعولية الافتراضية (الحقيقية) لـ (1000) تجربة وهي في تناقص.
3. \hat{R}_{MLRSS} تمثل الوسط الحسابي لقيم دالة المعولية المقدره بطريقة الامكان الاعظم لـ (1000) تجربة وهي ايضا في تناقص.
4. \hat{R}_{OLSRSS} تمثل الوسط الحسابي لقيم دالة المعولية المقدره بطريقة المربعات الصغرى لـ (1000) تجربة وهي ايضا في تناقص.
5. \hat{R}_{SHRRSS} تمثل الوسط الحسابي لقيم دالة المعولية المقدره بطريقة المقدر المقلص لـ (1000) تجربة وهي ايضا في تناقص.

وسيتم عرض وتحليل نتائج تجارب المحاكاة من جدول (2) الى (3)

جدول (2) قيم المعولية الافتراضية و التقديرية والمعالم الافتراضية والمقدرة وقيم متوسط مربعات الخطأ MSE ومقدار التحيز للمعولية المقدره عند كل حجم عينة

n	(m,r)	t _i	R _{real}	θ=0.5			λ=0.5			MSE			Bias			Best
				$\hat{\theta}_{MLRSS}$	$\hat{\theta}_{OLSRSS}$	$\hat{\theta}_{SHRRSS}$	\hat{R}_{MLRSS}	\hat{R}_{OLSRSS}	\hat{R}_{SHRRSS}	\hat{R}_{MLRSS}	\hat{R}_{OLSRSS}	\hat{R}_{SHRRSS}	\hat{R}_{MLRSS}	\hat{R}_{OLSRSS}	\hat{R}_{SHRRSS}	
				$\hat{\lambda}_{MLRSS}$	$\hat{\lambda}_{OLSRSS}$	$\hat{\lambda}_{SHRRSS}$										
				\hat{R}_{MLRSS}	\hat{R}_{OLSRSS}	\hat{R}_{SHRRSS}										
12	(3,4)	0.011354	0.998688	0.999511	0.999533	0.999533	6.78E-07	4.01E-07	7.14E-07	0.0008235	0.000633	0.000845	\hat{R}_{OLSRSS}			
		0.111812	0.879326	0.909376	0.913153	0.913153	0.000903	8.75E-05	0.001144	0.03005	0.009354	0.033827				
		0.227387	0.773014	0.81317	0.819772	0.819772	0.001612	4.35E-05	0.002186	0.040156	0.006598	0.046758				
		1.539871	0.434377	0.471831	0.482355	0.482355	0.001403	8.12E-05	0.002302	0.037454	0.009008	0.047978				
		1.74635	0.414378	0.450655	0.461148	0.461148	0.001316	9.46E-05	0.002187	0.036277	0.009726	0.04677				
		1.862035	0.404404	0.440063	0.450529	0.450529	0.001272	0.000101	0.002128	0.035659	0.010064	0.046125				
		1.989483	0.394269	0.42928	0.439711	0.439711	0.001226	0.000108	0.002065	0.035011	0.010393	0.045441				
		2.257195	0.375406	0.409158	0.419499	0.419499	0.001139	0.00012	0.001944	0.033752	0.010966	0.044094				
		3.489925	0.315119	0.344424	0.354279	0.354279	0.000859	0.000154	0.001534	0.029306	0.012402	0.039161				
	5.574387	0.258806	0.28344	0.292544	0.292544	0.000607	0.000172	0.001138	0.024634	0.013101	0.033738					
	(4,3)				5.06E-01	5.25E-01	5.00E-01	MSE			Bias					
					4.57E-01	4.75E-01	4.52E-01	MSE			Bias					
		1.96E-02	9.94E-01	0.992703	0.99179	0.99179	8.01E-07	2.45E-06	3.27E-06	8.95E-04	1.57E-03	0.001807				
		0.060254	0.943902	0.93844	0.935355	0.935355	2.98E-05	1.68E-05	7.31E-05	0.005462	0.004095	0.008547				
		0.142825	0.846037	0.834968	0.831181	0.831181	0.000123	1.60E-06	0.000221	0.011068	0.001264	0.014855				
		0.153013	0.835965	0.824463	0.820698	0.820698	0.000132	6.27E-07	0.000233	0.011502	0.000792	0.015267				
		0.427646	0.660843	0.644611	0.6423	0.6423	0.000263	7.14E-05	0.000344	0.016231	0.00845	0.018543				
		0.615457	0.593973	0.577067	0.575551	0.575551	0.000286	0.000138	0.000339	0.016906	0.011735	0.018422				
0.847114		0.536185	0.519119	0.518307	0.518307	0.000291	0.000202	0.00032	0.017066	0.014223	0.017878					
3.413187	0.31801	0.303572	0.305039	0.305039	0.000208	0.000365	0.000168	0.014438	0.019111	0.012972						
8.744142	0.212684	0.201326	0.203361	0.203361	0.000129	0.000319	8.69E-05	0.011358	0.017854	0.009323						
11.43382	0.1887	0.178221	0.180304	0.180304	0.00011	0.000293	7.05E-05	0.010478	0.017115	0.008395						
12	(6,2)			5.12E-01	5.25E-01	5.00E-01	MSE			Bias						
				4.83E-01	4.75E-01	4.90E-01	MSE			Bias						
		3.44E-02	9.78E-01	0.979015	0.977034	0.977034	1.25E-06	1.01E-05	7.44E-07	1.12E-03	3.18E-03	0.000863				
		0.158669	0.830545	0.829248	0.827497	0.827497	1.68E-06	2.82E-07	9.29E-06	0.001297	0.000531	0.003048				
		0.189219	0.803198	0.801159	0.799958	0.799958	4.16E-06	7.13E-07	1.05E-05	0.002039	0.000844	0.00324				
		0.318766	0.714187	0.709726	0.710569	0.710569	1.99E-05	3.16E-05	1.31E-05	0.004461	0.005622	0.003618				

		0.558047	0.611927	0.604961	0.60822	0.60822	4.85E-05	0.000119	1.37E-05	0.006966	0.01089	0.003707		
		1.394788	0.450491	0.440791	0.447176	0.447176	9.41E-05	0.000293	1.10E-05	0.0097	0.017112	0.003315		
		3.267395	0.323746	0.313399	0.321084	0.321084	0.000107	0.000365	7.09E-06	0.010347	0.019099	0.002662		
		11.27184	0.189913	0.180889	0.188198	0.188198	8.14E-05	0.000294	2.94E-06	0.009025	0.017157	0.001715		
		13.42679	0.175497	0.166774	0.173897	0.173897	7.61E-05	0.000276	2.56E-06	0.008722	0.016623	0.0016		
		15.79823	0.162976	0.154546	0.161479	0.161479	7.11E-05	0.000259	2.24E-06	0.008429	0.016098	0.001497		
24	(3,8)			5.41E-01	5.16E-01	5.31E-01	MSE			Bias			Best	
				4.99E-01	5.38E-01	5.14E-01								
		2.54E-02	9.88E-01	0.993349	0.992864	0.992864	2.68E-05	1.45E-05	2.20E-05	5.18E-03	3.80E-03	0.00469		
		0.061068	0.942811	0.955726	0.954993	0.954993	0.000167	0.000115	0.000148	0.012916	0.010736	0.012182		
		0.084587	0.912074	0.926709	0.926326	0.926326	0.000214	0.000176	0.000203	0.014635	0.013256	0.014252		
		0.108545	0.883078	0.898052	0.898174	0.898174	0.000224	0.000219	0.000228	0.014974	0.014802	0.015096		
		0.181925	0.809447	0.822081	0.823839	0.823839	0.00016	0.000271	0.000207	0.012634	0.016468	0.014392		
		0.217564	0.780406	0.791344	0.793805	0.793805	0.00012	0.000273	0.00018	0.010939	0.016516	0.013399		
		0.346735	0.69906	0.704068	0.708475	0.708475	2.51E-05	0.000239	8.87E-05	0.005009	0.01547	0.009416		
		0.355482	0.694552	0.699201	0.703712	0.703712	2.16E-05	0.000236	8.39E-05	0.004649	0.015373	0.00916		
	0.372482	0.686074	0.690041	0.694745	0.694745	1.57E-05	0.00023	7.52E-05	0.003968	0.015181	0.008671			
	0.383519	0.680757	0.684295	0.689118	0.689118	1.25E-05	0.000227	6.99E-05	0.003537	0.015054	0.00836			
	(6,4)			4.78E-01	5.25E-01	5.00E-01	MSE			Bias			$\hat{R}_{OLS_{RSS}}$	
				4.81E-01	4.75E-01	4.78E-01								
		6.15E-02	9.42E-01	0.930828	0.938411	0.938411	1.29E-04	1.68E-05	1.41E-05	1.13E-02	4.10E-03	3.76E-03		
		0.097115	0.896588	0.883288	0.891275	0.891275	0.000177	1.07E-05	2.82E-05	0.0133	3.26E-03	5.31E-03		
		0.109129	0.882404	0.868874	0.876712	0.876712	0.000183	7.74E-06	3.24E-05	0.01353	2.78E-03	5.69E-03		
		0.147675	0.841192	0.827639	0.834606	0.834606	0.000184	1.08E-06	4.34E-05	0.013553	1.04E-03	6.59E-03		
		0.185584	0.806291	0.79326	0.799141	0.799141	0.00017	4.69E-07	5.11E-05	0.013032	6.85E-04	7.15E-03		
		0.216472	0.781243	0.768803	0.773776	0.773776	0.000155	3.99E-06	5.57E-05	0.01244	2.00E-03	7.47E-03		
		0.225368	0.774514	0.762258	0.766973	0.766973	0.00015	5.56E-06	5.69E-05	0.012255	2.36E-03	7.54E-03		
		0.253987	0.754159	0.742516	0.746422	0.746422	0.000136	1.19E-05	5.99E-05	0.011643	3.45E-03	7.74E-03		
	0.434053	0.658115	0.650153	0.649915	0.649915	6.34E-05	7.38E-05	6.72E-05	7.96E-03	8.59E-03	8.20E-03			
	0.474417	0.64178	0.634527	0.633566	0.633566	5.26E-05	8.88E-05	6.75E-05	7.25E-03	9.42E-03	8.21E-03			
	(4,6)			5.36E-01	5.15E-01	5.31E-01	MSE			Bias				
				5.05E-01	5.00E-01	5.04E-01								
		2.36E-02	9.90E-01	9.94E-01	0.993755	0.993755	1.87E-05	3.96E-06	1.42E-05	4.32E-03	1.99E-03	3.77E-03		
		0.052445	9.54E-01	9.66E-01	0.963923	0.963923	0.000124	2.22E-05	9.08E-05	0.011129	4.71E-03	9.53E-03		
0.071121		9.29E-01	9.43E-01	0.94076	0.94076	0.000176	2.99E-05	1.28E-04	0.01328	5.47E-03	1.13E-02			
0.121253		8.69E-01	8.83E-01	0.881072	0.881072	0.000213	3.30E-05	1.52E-04	0.014596	5.74E-03	1.23E-02			
0.197789		7.96E-01	8.08E-01	0.806452	0.806452	0.000154	2.12E-05	1.08E-04	0.012416	4.60E-03	1.04E-02			
0.198832		7.95E-01	8.08E-01	0.805565	0.805565	0.000153	2.10E-05	1.07E-04	0.012376	4.59E-03	1.04E-02			
0.324627		7.11E-01	7.18E-01	0.71705	0.71705	5.56E-05	5.67E-06	3.75E-05	0.007455	2.38E-03	6.13E-03			
0.34132		7.02E-01	7.09E-01	0.707511	0.707511	4.69E-05	4.48E-06	3.15E-05	0.006849	2.12E-03	5.61E-03			
3.51E-01	6.97E-01	7.03E-01	0.702165	0.702165	4.23E-05	3.87E-06	2.83E-05	6.51E-03	1.97E-03	5.32E-03				

		6.70E-01	5.78E-01	5.76E-01	0.57647	0.57647	3.83E-06	2.70E-06	3.57E-06	1.96E-03	1.64E-03	1.89E-03	
36	(4,9)			5.04E-01	4.99E-01	5.00E-01	MSE			Bias			Best
				5.32E-01	4.25E-01	4.48E-01							
		2.64E-02	9.87E-01	9.89E-01	0.983779	0.983779	4.84E-06	2.94E-05	1.12E-05	2.20E-03	5.43E-03	3.35E-03	
		0.045769	9.63E-01	9.68E-01	0.956261	0.956261	2.16E-05	1.24E-04	4.97E-05	0.004646	1.12E-02	7.05E-03	
		0.0781	9.20E-01	9.28E-01	0.908892	0.908892	5.58E-05	3.17E-04	1.31E-04	0.007473	1.78E-02	1.15E-02	
		0.086933	9.09E-01	9.17E-01	0.896766	0.896766	6.44E-05	3.66E-04	1.53E-04	0.008023	1.91E-02	1.24E-02	
		0.145212	8.44E-01	8.54E-01	0.82743	0.82743	0.000105	6.13E-04	2.63E-04	0.010267	2.48E-02	1.62E-02	
		0.14786	8.41E-01	8.51E-01	0.824681	0.824681	0.000107	6.21E-04	2.67E-04	0.010331	2.49E-02	1.63E-02	
		0.189632	8.03E-01	8.14E-01	0.785076	0.785076	0.000123	7.28E-04	3.16E-04	0.011073	2.70E-02	1.78E-02	
	0.190515	8.02E-01	8.13E-01	0.784307	0.784307	0.000123	7.29E-04	3.17E-04	0.011084	2.70E-02	1.78E-02		
	2.17E-01	7.81E-01	7.92E-01	0.762479	0.762479	1.29E-04	7.76E-04	3.39E-04	1.14E-02	2.79E-02	1.84E-02		
	2.86E-01	7.34E-01	7.45E-01	0.714165	0.714165	1.38E-04	8.52E-04	3.77E-04	1.17E-02	2.92E-02	1.94E-02		
	(6,6)			5.20E-01	5.25E-01	5.00E-01	MSE			Bias			
				5.26E-01	4.75E-01	7.08E-01							
		2.32E-02	9.90E-01	9.94E-01	0.996023	0.996023	1.08E-05	4.13E-06	3.19E-05	3.29E-03	2.03E-03	5.65E-03	
		0.023477	9.90E-01	9.93E-01	0.995885	0.995885	1.13E-05	4.28E-06	3.35E-05	0.003357	2.07E-03	5.79E-03	
		0.069539	9.32E-01	9.43E-01	0.958896	0.958896	0.000126	1.63E-05	7.49E-04	0.011231	4.03E-03	2.74E-02	
		0.092906	9.02E-01	9.15E-01	0.936789	0.936789	0.000167	1.17E-05	1.23E-03	0.012928	3.42E-03	3.51E-02	
		0.101415	8.91E-01	9.05E-01	0.928844	0.928844	0.000178	9.60E-06	1.40E-03	0.013324	3.10E-03	3.74E-02	
		0.127378	8.62E-01	8.76E-01	0.905411	0.905411	0.000198	3.90E-06	1.88E-03	0.014055	1.98E-03	4.33E-02	
		0.135448	8.54E-01	8.68E-01	0.898417	0.898417	0.000201	2.58E-06	2.01E-03	0.014174	1.61E-03	4.48E-02	
		0.150206	8.39E-01	8.53E-01	0.886009	0.886009	0.000204	8.50E-07	2.24E-03	0.014296	9.22E-04	4.73E-02	
		2.17E-01	7.81E-01	7.95E-01	0.835647	0.835647	1.95E-04	4.12E-06	3.02E-03	1.39E-02	2.03E-03	5.50E-02	
		3.41E-01	7.02E-01	7.14E-01	0.763601	0.763601	1.46E-04	3.92E-05	3.76E-03	1.21E-02	6.26E-03	6.13E-02	
	(3,12)			5.12E-01	5.06E-01	5.11E-01	MSE			Bias			
				5.02E-01	4.47E-01	4.92E-01							
		1.62E-02	9.96E-01	9.97E-01	0.996722	0.996722	7.35E-07	7.61E-07	3.52E-07	8.57E-04	8.72E-04	5.93E-04	
		0.048626	9.60E-01	9.63E-01	0.961708	0.961708	1.46E-05	3.49E-05	4.84E-06	0.003827	5.91E-03	2.20E-03	
		0.091011	9.04E-01	9.09E-01	0.906347	0.906347	2.53E-05	1.18E-04	5.29E-06	0.005034	1.09E-02	2.30E-03	
		0.104081	8.88E-01	8.93E-01	0.890429	0.890429	2.59E-05	1.44E-04	4.60E-06	0.005094	1.20E-02	2.15E-03	
		0.112714	8.78E-01	8.83E-01	0.880319	0.880319	2.59E-05	1.60E-04	4.09E-06	0.00509	1.26E-02	2.02E-03	
		0.114057	8.77E-01	8.82E-01	0.878777	0.878777	2.59E-05	1.62E-04	4.00E-06	0.005087	1.27E-02	2.00E-03	
		0.156288	8.33E-01	8.38E-01	0.834091	0.834091	2.27E-05	2.31E-04	1.64E-06	0.004765	1.52E-02	1.28E-03	
		0.176728	8.14E-01	8.19E-01	0.814915	0.814915	2.04E-05	2.59E-04	8.32E-07	0.004519	1.61E-02	9.12E-04	
		2.05E-01	7.90E-01	7.95E-01	0.790794	0.790794	1.72E-05	2.91E-04	1.75E-07	4.14E-03	1.71E-02	4.18E-04	
		2.10E-01	7.86E-01	7.90E-01	0.786551	0.786551	1.66E-05	2.97E-04	1.08E-07	4.07E-03	1.72E-02	3.29E-04	
54	(9,6)			5.05E-01	5.25E-01	5.00E-01	MSE			Bias			Best
				5.27E-01	4.75E-01	5.39E-01							
		2.30E-02	9.91E-01	9.92E-01	0.992114	0.992114	2.79E-06	4.03E-06	2.36E-06	1.67E-03	2.01E-03	1.54E-03	
		0.043995	9.66E-01	9.70E-01	0.969795	0.969795	1.75E-05	1.42E-05	1.72E-05	0.004187	3.76E-03	4.14E-03	

$\hat{R}_{SHR_{RSS}}$

		0.074673	9.25E-01	9.31E-01	0.931868	0.931868	4.45E-05	1.56E-05	4.99E-05	0.006672	3.94E-03	7.07E-03	$\hat{R}_{OLS_{RSS}}$	
		0.076052	9.23E-01	9.30E-01	0.930181	0.930181	4.56E-05	1.53E-05	5.14E-05	0.006756	3.92E-03	7.17E-03		
		0.086215	9.10E-01	9.17E-01	0.917918	0.917918	5.34E-05	1.33E-05	6.23E-05	0.007311	3.64E-03	7.90E-03		
		0.089668	9.06E-01	9.13E-01	0.91383	0.91383	5.59E-05	1.25E-05	6.59E-05	0.007478	3.53E-03	8.12E-03		
		0.120691	8.69E-01	8.78E-01	0.879126	0.879126	7.42E-05	5.19E-06	9.52E-05	0.008612	2.28E-03	9.76E-03		
		0.163755	8.26E-01	8.35E-01	0.837003	0.837003	8.97E-05	8.84E-08	1.26E-04	0.009471	2.97E-04	1.12E-02		
		1.69E-01	8.21E-01	8.30E-01	0.832239	0.832239	9.10E-05	2.96E-09	1.29E-04	9.54E-03	5.44E-05	1.14E-02		
		1.75E-01	8.16E-01	8.25E-01	0.827355	0.827355	9.23E-05	3.90E-08	1.32E-04	9.61E-03	1.97E-04	1.15E-02		
				5.14E-01	5.25E-01	5.00E-01	MSE			Bias				
				5.06E-01	4.75E-01	5.46E-01								
(6,9)		3.12E-02	9.82E-01	9.85E-01	0.984707	0.984707	9.55E-06	8.48E-06	9.08E-06	3.09E-03	2.91E-03	3.01E-03	$\hat{R}_{MLR_{RSS}}$	
		0.040681	9.70E-01	9.74E-01	0.974357	0.974357	1.72E-05	1.30E-05	1.92E-05	0.004146	3.60E-03	4.38E-03		
		0.055722	9.50E-01	9.55E-01	0.956292	0.956292	2.87E-05	1.65E-05	3.97E-05	0.005359	4.07E-03	6.30E-03		
		0.066019	9.36E-01	9.42E-01	0.943627	0.943627	3.51E-05	1.66E-05	5.51E-05	0.005921	4.07E-03	7.43E-03		
		0.069528	9.32E-01	9.38E-01	0.939327	0.939327	3.69E-05	1.63E-05	6.05E-05	0.006073	4.03E-03	7.78E-03		
		0.074359	9.25E-01	9.31E-01	0.933443	0.933443	3.91E-05	1.56E-05	6.78E-05	0.006255	3.95E-03	8.23E-03		
		0.104062	8.88E-01	8.95E-01	0.89879	0.89879	4.69E-05	8.95E-06	1.10E-04	0.006847	2.99E-03	1.05E-02		
		0.115056	8.76E-01	8.83E-01	0.886775	0.886775	4.77E-05	6.39E-06	1.24E-04	0.006909	2.53E-03	1.11E-02		
		1.45E-01	8.44E-01	8.51E-01	0.856285	0.856285	4.68E-05	1.34E-06	1.57E-04	6.84E-03	1.16E-03	1.25E-02		
		1.50E-01	8.39E-01	8.46E-01	0.851444	0.851444	4.63E-05	8.53E-07	1.61E-04	6.80E-03	9.24E-04	1.27E-02		
(3,18)				5.14E-01	4.93E-01	5.00E-01	MSE			Bias			Best	
				5.08E-01	3.77E-01	4.21E-01								
		1.09E-02	9.99E-01	9.99E-01	0.997999	0.997999	1.64E-07	4.44E-06	7.31E-07	4.05E-04	2.11E-03	8.55E-04		
		0.029794	9.83E-01	9.86E-01	0.976702	0.976702	9.28E-06	1.92E-04	4.45E-05	0.003047	1.39E-02	6.67E-03		
		0.030847	9.82E-01	9.85E-01	0.975144	0.975144	1.02E-05	2.10E-04	4.92E-05	0.003188	1.45E-02	7.01E-03		
		0.047736	9.61E-01	9.66E-01	0.948697	0.948697	2.54E-05	5.54E-04	1.44E-04	0.00504	2.35E-02	1.20E-02		
		0.091831	9.03E-01	9.10E-01	0.882504	0.882504	5.09E-05	1.43E-03	4.22E-04	0.007135	3.78E-02	2.05E-02		
		0.094349	9.00E-01	9.07E-01	0.879075	0.879075	5.16E-05	1.47E-03	4.36E-04	0.007183	3.83E-02	2.09E-02		
		0.140717	8.48E-01	8.56E-01	0.822689	0.822689	5.48E-05	2.04E-03	6.49E-04	0.007402	4.52E-02	2.55E-02		
		0.156579	8.33E-01	8.40E-01	0.806	0.806	5.34E-05	2.18E-03	7.04E-04	0.007305	4.67E-02	2.65E-02		
96	(8,12)			5.07E-01	5.06E-01	5.11E-01	MSE			Bias			$\hat{R}_{MLR_{RSS}}$	
				5.03E-01	4.47E-01	6.93E-01								
		2.15E-02	9.92E-01	9.93E-01	0.997255	0.997255	8.18E-07	2.64E-06	2.83E-05	9.05E-04	1.63E-03	5.32E-03		
		0.022271	9.91E-01	9.92E-01	0.996959	0.996959	9.16E-07	3.03E-06	3.26E-05	0.000957	1.74E-03	5.71E-03		
		0.023164	9.90E-01	9.91E-01	0.996588	0.996588	1.04E-06	3.53E-06	3.83E-05	0.00102	1.88E-03	6.19E-03		
		0.03885	9.72E-01	9.74E-01	0.987235	0.987235	3.87E-06	1.95E-05	2.22E-04	0.001967	4.41E-03	1.49E-02		
		0.055805	9.50E-01	9.53E-01	0.973326	0.973326	6.94E-06	4.78E-05	5.50E-04	0.002635	6.92E-03	2.34E-02		
		0.056933	9.48E-01	9.51E-01	0.972324	0.972324	7.12E-06	5.00E-05	5.74E-04	0.002668	7.07E-03	2.40E-02		
		0.057572	9.48E-01	9.50E-01	0.971753	0.971753	7.22E-06	5.12E-05	5.88E-04	0.002687	7.15E-03	2.43E-02		

	0.068003	9.34E-01	9.37E-01	0.962213	0.962213	8.62E-06	7.17E-05	8.21E-04	0.002936	8.47E-03	2.86E-02
	6.89E-02	9.32E-01	9.35E-01	0.961351	0.961351	8.73E-06	7.35E-05	8.41E-04	2.95E-03	8.58E-03	2.90E-02
	7.60E-02	9.23E-01	9.26E-01	0.954731	0.954731	9.45E-06	8.78E-05	1.00E-03	3.07E-03	9.37E-03	3.16E-02
(12,8)			5.13E-01	4.98E-01	5.00E-01	MSE			Bias		
			5.04E-01	3.87E-01	4.03E-01						
	2.05E-02	9.93E-01	9.94E-01	0.988082	0.988082	2.09E-06	3.75E-05	2.23E-05	1.45E-03	6.12E-03	4.72E-03
	0.034396	9.78E-01	9.81E-01	0.967383	0.967383	9.14E-06	1.78E-04	1.11E-04	3.02E-03	1.33E-02	1.05E-02
	0.044046	9.66E-01	9.69E-01	0.951433	0.951433	1.49E-05	3.15E-04	2.00E-04	3.86E-03	1.77E-02	1.42E-02
	0.053745	9.53E-01	9.57E-01	0.935319	0.935319	2.02E-05	4.66E-04	3.00E-04	4.50E-03	2.16E-02	1.73E-02
	0.054876	9.51E-01	9.56E-01	0.933459	0.933459	2.08E-05	4.83E-04	3.12E-04	4.56E-03	2.20E-02	1.77E-02
	0.056725	9.49E-01	9.53E-01	0.930429	0.930429	2.17E-05	5.12E-04	3.32E-04	4.66E-03	2.26E-02	1.82E-02
	0.060024	9.44E-01	9.49E-01	0.925064	0.925064	2.32E-05	5.64E-04	3.67E-04	4.81E-03	2.38E-02	1.91E-02
	0.060774	9.43E-01	9.48E-01	0.923852	0.923852	2.35E-05	5.76E-04	3.75E-04	4.85E-03	2.40E-02	1.94E-02
	7.85E-02	9.20E-01	9.25E-01	0.896262	0.896262	2.94E-05	8.42E-04	5.57E-04	5.42E-03	2.90E-02	2.36E-02
8.03E-02	9.18E-01	9.23E-01	0.893617	0.893617	2.98E-05	8.67E-04	5.74E-04	5.46E-03	2.95E-02	2.40E-02	
(6,16)			5.13E-01	4.88E-01	5.00E-01	MSE			Bias		
			5.05E-01	3.71E-01	4.37E-01						
	2.33E-02	9.90E-01	9.92E-01	0.986867	0.986867	3.37E-06	1.27E-04	1.19E-05	1.84E-03	1.13E-02	3.44E-03
	3.00E-02	9.83E-01	9.86E-01	0.977998	0.977998	7.02E-06	2.57E-04	2.67E-05	2.65E-03	1.60E-02	5.17E-03
	4.08E-02	9.70E-01	9.74E-01	0.961964	0.961964	1.41E-05	5.20E-04	6.08E-05	3.75E-03	2.28E-02	7.80E-03
	5.05E-02	9.57E-01	9.61E-01	0.947152	0.947152	2.02E-05	7.73E-04	9.71E-05	4.49E-03	2.78E-02	9.85E-03
	5.63E-02	9.49E-01	9.54E-01	0.93832	0.93832	2.34E-05	9.22E-04	1.20E-04	4.84E-03	3.04E-02	1.10E-02
	5.71E-02	9.48E-01	9.53E-01	0.937003	0.937003	2.39E-05	9.45E-04	1.23E-04	4.89E-03	3.07E-02	1.11E-02
	7.10E-02	9.30E-01	9.35E-01	0.916233	0.916233	3.01E-05	1.28E-03	1.79E-04	5.49E-03	3.58E-02	1.34E-02
	7.29E-02	9.27E-01	9.33E-01	0.91352	0.91352	3.08E-05	1.33E-03	1.86E-04	5.55E-03	3.64E-02	1.36E-02
	7.35E-02	9.26E-01	9.32E-01	0.912631	0.912631	3.10E-05	1.34E-03	1.89E-04	5.57E-03	3.66E-02	1.37E-02
9.05E-02	9.05E-01	9.11E-01	0.888855	0.888855	3.54E-05	1.69E-03	2.52E-04	5.95E-03	4.11E-02	1.59E-02	

ومن الجدول (2) وللقيم الافتراضية للمعاملات $\lambda = 0.5, \theta = 0.5$ عن طريق المقارنة بمقياس متوسط مربعات الخطأ MSE ومقدار التحيز اتضح الآتي :

• عند حجم عينة $n = 12$ وعند كل من (3,4) و (4,3) و (6,2) وجدنا ان عند $m=6$ و $r=2$ اي عند (6,2) تكون طريقة المربعات الصغرى هي ظل معاينة المجموعات المرتبية هي الافضل في تقدير دالة المعولية , اذ كانت المعولية

تقدر $\hat{R}_{OLS_{RSS}} = 0.827497$ بأقل متوسط مربعات خطأ $MSE=2.82E-07$ واقل مقدار للتحيز $Bias=0.000531$ عند

$$\hat{\theta}_{OLS_{RSS}} = 5.25E-01 \text{ و } \hat{\lambda}_{OLS_{RSS}} = 4.75E-01 .$$

• عند حجم عينة $n = 24$ وعند كل من (3,8) و (6,4) و (4,6) وجدنا ان عند $m=6$ و $r=4$ اي عند (6,4) تكون طريقة المربعات الصغرى هي ظل معاينة المجموعات المرتبية هي الافضل في تقدير دالة المعولية , اذ كانت المعولية

تقدر $\hat{R}_{OLS_{RSS}} = 0.799141$ بأقل متوسط مربعات خطأ $MSE=4.69E-07$ واقل مقدار للتحيز $Bias=6.85E-04$ عند

$$\hat{\theta}_{OLS_{RSS}} = 5.25E-01 \text{ و } \hat{\lambda}_{OLS_{RSS}} = 4.75E-01 .$$

• عند حجم عينة $n = 36$ وعند كل من (4,9) و (6,6) و (3,12) وجدنا ان عند $m=3$ و $r=12$ اي عند (3,12) تكون طريقة المقدر المقلص في ظل معاينة المجموعات المرتبية هي الافضل في تقدير دالة المعولية , اذ كانت المعولية

تقدر $\hat{R}_{SHR_{RSS}} = 0.786551$ بأقل متوسط مربعات خطأ $MSE=1.08E-07$ واقل مقدار للتحيز $Bias=3.29E-04$ عند

$$\hat{\theta}_{SHR_{RSS}} = 5.11E-01 \text{ و } \hat{\lambda}_{SHR_{RSS}} = 4.92E-01 .$$

• عند حجم عينة $n = 54$ وعند كل من (9,6) و (6,9) و (3,18) وجدنا ان عند $m=9$ و $r=6$ اي عند (9,6) تكون طريقة المربعات الصغرى هي ظل معاينة المجموعات المرتبية هي الافضل في تقدير دالة المعولية , اذ كانت المعولية

تقدر $\hat{R}_{OLS_{RSS}} = 0.832239$ بأقل متوسط مربعات خطأ $MSE=2.96E-09$ واقل مقدار للتحيز $Bias=5.44E-05$ عند

$$\hat{\theta}_{OLS_{RSS}} = 5.25E-01 \text{ و } \hat{\lambda}_{OLS_{RSS}} = 4.75E-01 .$$

• عند حجم عينة $n = 96$ وعند كل من (8,12) و (12,8) و (6,16) وجدنا ان عند $m=8$ و $r=12$ اي عند (8,12) تكون طريقة الامكان الأعظم في ظل معاينة المجموعات المرتبية هي الافضل في تقدير دالة المعولية , اذ كانت المعولية

تقدر $\hat{R}_{MLE_{RSS}} = 9.93E-01$ بأقل متوسط مربعات خطأ $MSE=8.18E-07$ واقل مقدار للتحيز $Bias=9.05E-04$ عند

$$\hat{\theta}_{MLE_{RSS}} = 5.07E-01 \text{ و } \hat{\lambda}_{MLE_{RSS}} = 5.03E-01 .$$

يتضح من الجدول (2) أن أفضل مقدر للمعولية هو طريقة المربعات الصغرى عند حجم عينة $n = 54$ و $m=9$, $r=6$ اذ

تقدر $\hat{R}_{OLS_{RSS}} = 0.832239$ بأقل متوسط مربعات خطأ $MSE=2.96E-09$ واقل مقدار للتحيز $Bias=5.44E-05$ عند المعاملات

المعولية $\hat{\theta}_{OLS_{RSS}} = 5.25E-01$ و $\hat{\lambda}_{OLS_{RSS}} = 4.75E-01$ قدرة

جدول (3) قيم المعولية الافتراضية و التقديرية والمعالم الافتراضية والمقدرة وقيم متوسط مربعات الخطأ MSE ومقدار التحيز للمعولية المقدره عند كل حجم عينة

n	(m,r)	t _i	R _{real}	θ=1			λ=1.5			Bias			Best
				$\hat{\theta}_{MLRSS}$	$\hat{\theta}_{OLSRSS}$	$\hat{\theta}_{SHRRSS}$	MSE			\hat{R}_{MLRSS}	\hat{R}_{OLSRSS}	\hat{R}_{SHRRSS}	
				$\hat{\lambda}_{MLRSS}$	$\hat{\lambda}_{OLSRSS}$	$\hat{\lambda}_{SHRRSS}$							
				\hat{R}_{MLRSS}	\hat{R}_{OLSRSS}	\hat{R}_{SHRRSS}							
				1.22E+00	6.91E-01	1.00E+00	\hat{R}_{MLRSS}	\hat{R}_{OLSRSS}	\hat{R}_{SHRRSS}	\hat{R}_{MLRSS}	\hat{R}_{OLSRSS}	\hat{R}_{SHRRSS}	
				1.51E+00	1.59E+00	1.54E+00							
12	(3,4)	7.21E-01	8.75E-01	9.15E-01	0.882309	0.882309	1.60E-03	2.85E-03	5.02E-05	4.00E-02	5.34E-02	7.08E-03	\hat{R}_{MLERS}
		1.02E+00	7.70E-01	8.00E-01	0.77892	0.77892	9.49E-04	7.57E-04	8.65E-05	3.08E-02	2.75E-02	9.30E-03	
		1.14E+00	7.32E-01	7.56E-01	0.741293	0.741293	5.80E-04	2.67E-04	9.47E-05	2.41E-02	1.63E-02	9.73E-03	
		1.183343	7.18E-01	0.740026	0.728335	0.728335	0.000464	1.54E-04	9.69E-05	0.021533	1.24E-02	9.84E-03	
		1.35E+00	6.70E-01	0.680926	0.679692	0.679692	1.29E-04	6.82E-06	0.000102	1.13E-02	2.61E-03	0.010116	
		1.42E+00	6.52E-01	0.659516	0.662155	0.662155	5.66E-05	6.50E-05	0.000103	7.52E-03	8.06E-03	0.010163	
		2.100316	5.10E-01	0.487661	0.520126	0.520126	0.000517	2.58E-03	9.45E-05	0.022745	5.08E-02	9.72E-03	
		3.72E+00	3.31E-01	2.83E-01	0.339004	0.339004	2.38E-03	8.85E-03	5.65E-05	4.87E-02	9.41E-02	7.52E-03	
		3.98E+00	3.14E-01	2.64E-01	0.320994	0.320994	2.50E-03	9.44E-03	5.21E-05	5.00E-02	9.72E-02	7.22E-03	
		6.736168	2.00E-01	1.49E-01	0.204617	0.204617	0.002572	1.17E-02	2.49E-05	0.050712	1.08E-01	4.99E-03	
					1.10E+	6.79E-01	1.00E+0	MSE			Bias		

				00		0							
				1.66E+ 00	1.32E+0 0	1.58E+0 0							
(4,3)		9.73E-01	7.86E-01	8.36E-01	0.803122	0.803122	2.50E-03	6.08E-03	2.91E-04	5.00E-02	7.80E-02	1.71E-02	
		9.95E-01	7.78E-01	8.28E-01	0.795716	0.795716	2.51E-03	5.78E-03	2.99E-04	5.01E-02	7.60E-02	1.73E-02	
		1.07E+0 0	7.55E-01	8.05E-01	0.773113	0.773113	2.48E-03	4.85E-03	3.20E-04	4.98E-02	6.96E-02	1.79E-02	
		1.07872	7.51E-01	8.01E-01	0.769042	0.769042	0.0024 74	4.68E-03	3.23E-04	0.049734	6.84E-02	1.80E-02	
		1.65E+0 0	5.97E-01	0.6352 63	0.616051	0.616051	1.48E-03	4.08E-04	0.0003 71	3.85E-02	2.02E-02	0.019273	
		1.90E+0 0	5.45E-01	0.5777 18	0.564078	0.564078	1.06E-03	1.21E-05	0.0003 58	3.26E-02	3.48E-03	0.018918	
		2.787077	4.16E-01	4.32E-01	0.4329	0.4329	0.0002 61	1.31E-03	2.79E-04	0.016152	3.62E-02	1.67E-02	
		4.40E+0 0	2.89E-01	2.90E-01	0.301772	0.301772	8.18E-07	4.65E-03	1.68E-04	9.04E-04	6.82E-02	1.30E-02	
		6.78E+0 0	1.99E-01	1.91E-01	0.208066	0.208066	5.07E-05	6.74E-03	9.04E-05	7.12E-03	8.21E-02	9.51E-03	
		11.29956	1.24E-01	1.14E-01	0.130561	0.130561	0.0001 09	6.94E-03	3.90E-05	0.010435	8.33E-02	6.25E-03	
12	(6,2)			1.11E+ 00	1.50E+0 0	1.00E+0 0	MSE			Bias			
				1.50E+ 00	1.28E+0 0	1.56E+0 0							
			3.95E-01	9.77E-01	9.87E-01	0.980816	0.980816	9.83E-05	3.78E-04	1.11E-05	9.91E-03	1.94E-02	3.34E-03
			8.23E-01	8.39E-01	8.57E-01	0.850502	0.850502	3.49E-04	2.70E-04	1.43E-04	1.87E-02	1.64E-02	1.20E-02
			9.76E-01	7.85E-01	8.00E-01	0.798391	0.798391	2.37E-03	8.77E-03	1.83E-03	1.54E-02	9.36E-03	1.35E-02

			01			04	05	04				
	0.993689	7.79E-01	7.94E-01	0.792644	0.792644	0.000223	1.55E-04	1.87E-04	0.014946	1.24E-02	1.37E-02	
	1.38E+00	6.64E-01	0.668108	0.679164	0.679164	1.66E-05	5.33E-03	0.000229	4.08E-03	7.30E-02	0.015134	
	1.80E+00	5.66E-01	0.559524	0.580751	0.580751	3.83E-05	1.34E-02	0.000226	6.19E-03	1.16E-01	0.01504	
	2.270768	4.83E-01	4.69E-01	0.497663	0.497663	0.000199	1.94E-02	2.02E-04	0.014109	1.39E-01	1.42E-02	
	2.62E+00	4.36E-01	4.18E-01	0.44988	0.44988	3.26E-04	2.17E-02	1.82E-04	1.81E-02	1.47E-01	1.35E-02	
	2.83E+00	4.11E-01	3.91E-01	0.424303	0.424303	3.97E-04	2.25E-02	1.70E-04	1.99E-02	1.50E-01	1.30E-02	
	4.833321	2.67E-01	2.40E-01	0.276359	0.276359	0.000699	1.95E-02	9.13E-05	0.02643	1.40E-01	9.55E-03	
			1.07E+00	6.64E-01	1.00E+00	MSE			Bias			Best
			1.46E+00	1.64E+00	1.49E+00							
	4.64E-01	9.60E-01	9.67E-01	0.959957	0.959957	4.81E-05	3.50E-03	2.27E-07	6.94E-03	5.92E-02	4.77E-04	\hat{R}_{MLERS}
	5.04E-01	9.49E-01	9.56E-01	0.948348	0.948348	5.62E-05	3.67E-03	3.21E-07	7.49E-03	6.06E-02	5.67E-04	
	5.55E-01	9.33E-01	9.41E-01	0.932191	0.932191	6.14E-05	3.70E-03	4.57E-07	7.84E-03	6.08E-02	6.76E-04	
	0.570608	9.28E-01	9.36E-01	0.927126	0.927126	6.18E-05	3.67E-03	5.00E-07	7.86E-03	6.06E-02	7.07E-04	
	6.81E-01	8.90E-01	0.896811	0.888725	0.888725	5.16E-05	3.08E-03	8.20E-07	7.18E-03	5.55E-02	9.06E-04	
	7.86E-01	8.52E-01	0.857161	0.850623	0.850623	3.01E-05	2.22E-03	1.11E-06	5.48E-03	4.71E-02	1.05E-03	
	0.792173	8.49E-01	8.55E-01	0.848399	0.848399	2.88E-05	2.17E-03	1.13E-06	5.36E-03	4.65E-02	1.06E-03	

			01			05	03	06			
	1.03E+0 0	7.66E-01	7.66E-01	0.765038	0.765038	1.19E-08	4.96E-04	1.60E-06	1.09E-04	2.23E-02	1.26E-03
	1.22E+0 0	7.08E-01	7.03E-01	0.706269	0.706269	2.04E-05	9.23E-06	1.79E-06	4.52E-03	3.04E-03	1.34E-03
	1.503176	6.31E-01	6.21E-01	0.629976	0.629976	0.000105	5.15E-04	1.87E-06	0.010225	2.27E-02	1.37E-03
			1.10E+00	6.75E-01	1.00E+00	MSE			Bias		
			1.54E+00	1.65E+00	1.57E+00						
	6.19E-01	9.11E-01	9.35E-01	0.920471	0.920471	5.65E-04	3.07E-03	8.54E-05	2.38E-02	5.54E-02	9.24E-03
	6.74E-01	8.92E-01	9.17E-01	0.902218	0.902218	6.32E-04	2.75E-03	1.08E-04	2.51E-02	5.24E-02	1.04E-02
	7.61E-01	8.61E-01	8.87E-01	0.87245	0.87245	6.81E-04	2.11E-03	1.42E-04	2.61E-02	4.60E-02	1.19E-02
	8.35E-01	8.34E-01	8.60E-01	0.847098	0.847098	6.75E-04	1.55E-03	1.69E-04	2.60E-02	3.94E-02	1.30E-02
(6,4)	1.14E+0 0	7.32E-01	7.52E-01	0.747329	0.747329	4.23E-04	7.93E-05	2.42E-04	2.06E-02	8.90E-03	1.56E-02
	1.42E+0 0	6.52E-01	6.66E-01	0.668642	0.668642	1.79E-04	2.87E-04	2.65E-04	1.34E-02	1.69E-02	1.63E-02
	1.43E+0 0	6.50E-01	6.63E-01	0.666137	0.666137	1.72E-04	3.16E-04	2.65E-04	1.31E-02	1.78E-02	1.63E-02
	1.49E+0 0	6.34E-01	6.46E-01	0.650741	0.650741	1.34E-04	5.21E-04	2.67E-04	1.16E-02	2.28E-02	1.63E-02
	1.85E+0 0	5.56E-01	5.59E-01	0.571606	0.571606	1.17E-05	2.32E-03	2.58E-04	3.42E-03	4.81E-02	1.61E-02
	1.85709	5.54E-01	5.57E-01	0.570179	0.570179	1.07E-05	2.36E-03	2.58E-04	3.27E-03	4.86E-02	1.61E-02
(4,6)			1.06E+	6.75E-01	1.00E+0	MSE			Bias		

		00		0								
		1.45E+00	1.65E+00	1.48E+00								
5.40E-01	9.38E-01	9.42E-01	0.935565	0.935565	1.70E-05	3.27E-03	5.50E-06	4.12E-03	5.72E-02	2.35E-03		
6.16E-01	9.12E-01	9.16E-01	0.909343	0.909343	1.20E-05	3.07E-03	8.38E-06	3.46E-03	5.54E-02	2.90E-03		
6.53E-01	8.99E-01	9.02E-01	0.896203	0.896203	8.80E-06	2.88E-03	9.80E-06	2.97E-03	5.36E-02	3.13E-03		
6.77E-01	8.91E-01	8.93E-01	0.887572	0.887572	6.72E-06	2.73E-03	1.07E-05	2.59E-03	5.22E-02	3.27E-03		
1.09E+00	7.49E-01	7.43E-01	0.744361	0.744361	3.70E-05	2.06E-04	2.18E-05	6.08E-03	1.43E-02	4.67E-03		
1.15E+00	7.28E-01	7.20E-01	0.722977	0.722977	5.62E-05	5.74E-05	2.27E-05	7.50E-03	7.58E-03	4.77E-03		
1.18E+00	7.20E-01	7.12E-01	0.715452	0.715452	6.39E-05	2.67E-05	2.30E-05	8.00E-03	5.17E-03	4.79E-03		
1.23E+00	7.06E-01	6.97E-01	0.700935	0.700935	8.01E-05	2.37E-07	2.34E-05	8.95E-03	4.87E-04	4.84E-03		
1.25E+00	6.98E-01	6.89E-01	0.693432	0.693432	8.90E-05	3.78E-06	2.36E-05	9.44E-03	1.95E-03	4.86E-03		
1.27E+00	6.93E-01	6.84E-01	0.688432	0.688432	9.52E-05	1.28E-05	2.38E-05	9.76E-03	3.57E-03	4.87E-03		
36	(4,9)		1.05E+00	6.59E-01	1.00E+00	MSE			Bias			Best
			1.50E+00	1.66E+00	1.52E+00							
		3.25E-01	9.90E-01	9.93E-01	0.990723	0.990723	8.08E-06	1.90E-03	3.26E-07	2.84E-03	4.36E-02	5.71E-04
		6.39E-01	9.05E-01	9.13E-01	0.907358	0.907358	7.54E-05	3.33E-03	8.16E-06	8.68E-03	5.77E-02	2.86E-03
		6.47E-01	9.01E-01	9.10E-01	0.904348	0.904348	7.59E-05	3.27E-03	8.47E-06	8.71E-03	5.72E-02	2.91E-03

			01			05	03	06				$\hat{R}_{SHR_{RS}}$
	6.64E-01	8.96E-01	9.04E-01	0.898624	0.898624	7.65E-05	3.16E-03	9.04E-06	8.75E-03	5.62E-02	3.01E-03	
	7.66E-01	8.59E-01	8.67E-01	0.862412	0.862412	7.28E-05	2.33E-03	1.25E-05	8.53E-03	4.82E-02	3.53E-03	
	8.13E-01	8.42E-01	8.50E-01	0.845777	0.845777	6.79E-05	1.92E-03	1.39E-05	8.24E-03	4.38E-02	3.72E-03	
	8.58E-01	8.26E-01	8.34E-01	0.829835	0.829835	6.19E-05	1.55E-03	1.51E-05	7.87E-03	3.94E-02	3.89E-03	
	9.41E-01	7.97E-01	8.04E-01	0.80091	0.80091	4.92E-05	9.39E-04	1.72E-05	7.01E-03	3.06E-02	4.14E-03	
	1.07E+00	7.54E-01	7.60E-01	0.758857	0.758857	3.00E-05	2.92E-04	1.95E-05	5.48E-03	1.71E-02	4.42E-03	
	1.07E+00	7.53E-01	7.59E-01	0.757792	0.757792	2.96E-05	2.80E-04	1.96E-05	5.44E-03	1.67E-02	4.42E-03	
(6,6)			1.03E+00	6.61E-01	1.00E+00	MSE		Bias				
			1.53E+00	1.66E+00	1.54E+00							
		3.07E-01	9.92E-01	9.95E-01	0.993321	0.993321	5.43E-06	1.59E-03	7.93E-07	2.33E-03	3.98E-02	8.91E-04
		4.73E-01	9.58E-01	9.65E-01	0.961394	0.961394	5.18E-05	3.49E-03	1.07E-05	7.20E-03	5.90E-02	3.27E-03
		5.01E-01	9.50E-01	9.58E-01	0.953613	0.953613	6.23E-05	3.59E-03	1.37E-05	7.89E-03	5.99E-02	3.70E-03
		6.29E-01	9.08E-01	9.18E-01	0.913275	0.913275	1.03E-04	3.32E-03	2.99E-05	1.02E-02	5.76E-02	5.47E-03
		8.10E-01	8.43E-01	8.54E-01	0.850382	0.850382	1.25E-04	1.90E-03	5.29E-05	1.12E-02	4.36E-02	7.28E-03
		8.39E-01	8.33E-01	8.44E-01	0.840097	0.840097	1.25E-04	1.66E-03	5.62E-05	1.12E-02	4.07E-02	7.50E-03
		8.62E-01	8.24E-01	8.36E-01	0.832044	0.832044	1.24E-04	1.47E-03	5.87E-05	1.11E-02	3.84E-02	7.66E-03

			01			04	03	05				
	1.01E+0 0	7.74E-01	7.84E-01	0.781982	0.781982	1.10E-04	5.24E-04	7.16E-05	1.05E-02	2.29E-02	8.46E-03	
	1.05E+0 0	7.60E-01	7.70E-01	0.768416	0.768416	1.05E-04	3.41E-04	7.44E-05	1.02E-02	1.85E-02	8.62E-03	
	1.13E+0 0	7.35E-01	7.45E-01	0.744288	0.744288	9.37E-05	1.09E-04	7.86E-05	9.68E-03	1.04E-02	8.87E-03	
			1.04E+00	6.54E-01	1.00E+00	MSE		Bias				
			1.51E+00	1.67E+00	1.52E+00							
	0.39817	0.976884	0.981354	0.97819	0.97819	2.00E-05	0.003037	1.71E-06	4.47E-03	0.055111	1.31E-03	
	0.502031	0.949605	0.956312	0.951877	0.951877	4.50E-05	0.003785	5.16E-06	6.71E-03	0.061524	2.27E-03	
	0.728365	0.87247	0.880879	0.876462	0.876462	7.07E-05	0.002708	1.59E-05	8.41E-03	0.05204	3.99E-03	
	0.730986	0.871525	0.879932	0.875532	0.875532	7.07E-05	0.002685	1.61E-05	8.41E-03	0.051819	4.01E-03	
	0.861189	0.824791	0.832719	0.82944	0.82944	6.28E-05	0.001549	2.16E-05	7.93E-03	0.039358	4.65E-03	
	0.872818	0.820678	0.828532	0.825374	0.825374	6.17E-05	0.001455	2.21E-05	7.85E-03	0.038146	4.70E-03	
	0.901173	0.810714	0.818374	0.815517	0.815517	5.87E-05	0.001236	2.31E-05	7.66E-03	0.035152	4.80E-03	
	0.963176	0.789306	0.796477	0.794312	0.794312	5.14E-05	0.000811	2.51E-05	7.17E-03	0.028477	5.01E-03	
	0.994767	0.778624	0.78552	0.783718	0.783718	4.76E-05	0.000627	2.60E-05	6.90E-03	0.025043	5.09E-03	
	1.041647	0.763079	0.769542	0.768288	0.768288	4.18E-05	0.000398	2.71E-05	6.46E-03	0.019946	5.21E-03	
54	(9,6)		1.06E+	6.69E-01	1.00E+0	MSE			Bias			Best

		00	0								
		1.50E+00	1.65E+00	1.52E+00							
4.19E-01	0.97209	9.79E-01	0.973615	0.973615	5.06E-05	0.002968	2.32E-06	7.12E-03	0.054483	1.52E-03	$\hat{R}_{SHR_{RS}}$
5.13E-01	0.94635	9.56E-01	0.948758	0.948758	9.58E-05	0.003508	5.80E-06	9.79E-03	0.059231	2.41E-03	
5.84E-01	0.923478	9.34E-01	0.926503	0.926503	1.21E-04	0.003449	9.15E-06	1.10E-02	0.058731	3.03E-03	
5.93E-01	0.92042	9.32E-01	0.92352	0.92352	1.23E-04	0.003418	9.61E-06	1.11E-02	0.058467	3.10E-03	
6.11E-01	0.914004	9.25E-01	0.917253	0.917253	1.27E-04	0.00334	1.06E-05	1.13E-02	0.057795	3.25E-03	
6.62E-01	0.896099	9.08E-01	0.899727	0.899727	1.34E-04	0.003049	1.32E-05	1.16E-02	0.055217	3.63E-03	
7.80E-01	0.853732	8.65E-01	0.85808	0.85808	1.26E-04	0.00214	1.89E-05	1.12E-02	0.046264	4.35E-03	
8.03E-01	0.845469	8.57E-01	0.849933	0.849933	1.22E-04	0.001953	1.99E-05	1.10E-02	0.04419	4.46E-03	
8.57E-01	0.826215	8.37E-01	0.830924	0.830924	1.10E-04	0.001526	2.22E-05	1.05E-02	0.03906	4.71E-03	
8.93E-01	0.813493	8.24E-01	0.818345	0.818345	1.01E-04	0.001259	2.35E-05	1.00E-02	0.035479	4.85E-03	
(6,9)		1.04E+00	6.58E-01	1.00E+00	MSE		Bias				
		1.52E+00	1.66E+00	1.54E+00							
3.36E-01	0.988549	9.92E-01	0.989787	0.989787	1.26E-05	0.002085	1.53E-06	3.56E-03	0.045664	1.24E-03	$\hat{R}_{SHR_{RS}}$
3.49E-01	0.986363	9.90E-01	0.987783	0.987783	1.62E-05	0.002292	2.02E-06	4.02E-03	0.047874	1.42E-03	
5.07E-01	0.948147	9.57E-01	0.951931	0.951931	8.08E-05	0.0037	1.43E-05	8.99E-03	0.060924	3.78E-03	

		01			05	12		03		
5.46E-01	0.935832	9.46E-01	0.940189	0.940189	9.78E-05	0.003728	1.90E-05	9.89E-03	0.06106	4.36E-03
7.52E-01	0.863871	8.76E-01	0.870647	0.870647	1.46E-04	0.002467	4.59E-05	1.21E-02	0.049672	6.78E-03
7.76E-01	0.855326	8.67E-01	0.862313	0.862313	1.46E-04	0.002261	4.88E-05	1.21E-02	0.047552	6.99E-03
8.25E-01	0.8376	8.50E-01	0.844985	0.844985	1.45E-04	0.001836	5.45E-05	1.21E-02	0.042851	7.38E-03
8.26E-01	0.837357	8.49E-01	0.844747	0.844747	1.45E-04	0.00183	5.46E-05	1.21E-02	0.042784	7.39E-03
8.52E-01	0.828143	8.40E-01	0.83572	0.83572	1.44E-04	0.001616	5.74E-05	1.20E-02	0.0402	7.58E-03
8.71E-01	0.821369	8.33E-01	0.829075	0.829075	1.42E-04	0.001463	5.94E-05	1.19E-02	0.038249	7.71E-03
		1.02E+00	6.48E-01	1.00E+00	MSE			Bias		
		1.50E+00	1.67E+00	1.51E+00						
2.93E-01	0.99402	9.95E-01	0.994219	0.994219	5.98E-07	0.001549	3.97E-08	7.73E-04	0.039355	1.99E-04
3.22E-01	0.990563	9.92E-01	0.99085	0.99085	1.13E-06	0.002019	8.23E-08	1.06E-03	0.044929	2.87E-04
4.68E-01	0.95932	9.62E-01	0.960174	0.960174	6.24E-06	0.003768	7.28E-07	2.50E-03	0.061385	8.53E-04
5.64E-01	0.930183	9.33E-01	0.931402	0.931402	9.47E-06	0.003874	1.49E-06	3.08E-03	0.062242	1.22E-03
5.65E-01	0.929673	9.33E-01	0.930898	0.930898	9.51E-06	0.00387	1.50E-06	3.08E-03	0.062207	1.22E-03
6.18E-01	0.911716	9.15E-01	0.913123	0.913123	1.07E-05	0.003631	1.98E-06	3.26E-03	0.060254	1.41E-03
6.75E-01	0.891487	8.95E-01	0.89307	0.89307	1.13E-05	0.0032	2.51E-06	3.36E-03	0.056755	1.58E-03

(3,18)

			01			05	21		03			
	7.29E-01	0.872069	8.75E-01	0.873799	0.873799	1.13E-05	0.002754	2.99E-06	3.37E-03	0.052483	1.73E-03	
	7.68E-01	0.858008	8.61E-01	0.85983	0.85983	1.11E-05	0.002398	3.32E-06	3.34E-03	0.048971	1.82E-03	
	7.71E-01	0.857166	8.60E-01	0.858994	0.858994	1.11E-05	0.002377	3.34E-06	3.33E-03	0.048751	1.83E-03	
			1.01E+00	6.54E-01	1.00E+00	MSE			Bias		Best	
			1.51E+00	1.67E+00	1.52E+00							
96	(8,12)		9.86E-01	0.984632	0.984632	3.03E-06	0.00258	6.49E-07	1.74E-03	0.050796	8.06E-04	
		3.64E-01	0.983826	9.85E-01	0.984302	0.984302	3.12E-06	0.002607	6.70E-07	1.77E-03	0.051058	8.19E-04
		3.66E-01	0.983483	9.72E-01	0.970401	0.970401	6.79E-06	0.003387	1.70E-06	2.61E-03	0.058194	1.30E-03
		4.31E-01	0.969097	9.66E-01	0.964948	0.964948	8.20E-06	0.00356	2.15E-06	2.86E-03	0.059665	1.47E-03
		4.53E-01	0.96348	9.51E-01	0.948996	0.948996	1.21E-05	0.003802	3.58E-06	3.47E-03	0.061658	1.89E-03
		5.10E-01	0.947104	9.51E-01	0.948922	0.948922	1.21E-05	0.003802	3.59E-06	3.47E-03	0.061661	1.89E-03
		5.11E-01	0.947028	9.43E-01	0.941015	0.941015	1.38E-05	0.003815	4.32E-06	3.71E-03	0.061768	2.08E-03
		5.37E-01	0.938936	9.28E-01	0.926693	0.926693	1.65E-05	0.003718	5.68E-06	4.06E-03	0.060972	2.38E-03
		5.81E-01	0.924311	9.26E-01	0.924193	0.924193	1.69E-05	0.003688	5.91E-06	4.11E-03	0.060729	2.43E-03
		5.89E-01	0.921761	9.24E-01	0.921996	0.921996	1.73E-05	0.003659	6.12E-06	4.16E-03	0.060493	2.47E-03
		5.95E-01	0.919522									

		1.02E+00	6.60E-01	1.00E+00	MSE			Bias			\hat{R}_{SHRRSS}	
		00	0	0								
		1.52E+00	1.66E+00	1.53E+00								
		00	0	0								
(12,8)	3.02E-01	0.993066	9.94E-01	0.99363	0.99363	1.87E-06	0.001492	3.18E-07	1.37E-03	0.038621	5.64E-04	
	3.39E-01	0.988012	9.90E-01	0.988884	0.988884	4.09E-06	0.002051	7.60E-07	2.02E-03	0.045292	8.72E-04	
	3.72E-01	0.982341	9.85E-01	0.983517	0.983517	6.91E-06	0.002509	1.38E-06	2.63E-03	0.050093	1.18E-03	
	3.84E-01	0.979855	9.83E-01	0.981154	0.981154	8.20E-06	0.002671	1.69E-06	2.86E-03	0.051677	1.30E-03	
	4.14E-01	0.973256	9.77E-01	0.97486	0.97486	1.17E-05	0.003011	2.57E-06	3.42E-03	0.054869	1.60E-03	
	4.82E-01	0.95538	9.60E-01	0.957687	0.957687	2.08E-05	0.003495	5.32E-06	4.56E-03	0.059119	2.31E-03	
	4.95E-01	0.95172	9.56E-01	0.954155	0.954155	2.25E-05	0.003539	5.93E-06	4.74E-03	0.059487	2.43E-03	
	5.74E-01	0.92664	9.32E-01	0.929839	0.929839	3.28E-05	0.003522	1.02E-05	5.73E-03	0.059345	3.20E-03	
	6.33E-01	0.90632	9.13E-01	0.910031	0.910031	3.90E-05	0.003247	1.38E-05	6.25E-03	0.05698	3.71E-03	
	6.71E-01	0.893154	9.00E-01	0.897156	0.897156	4.21E-05	0.002998	1.60E-05	6.49E-03	0.054752	4.00E-03	
(6,16)			1.01E+00	6.50E-01	1.00E+00	MSE			Bias			
			00	0	0							
			1.50E+00	1.67E+00	1.51E+00							
		00	0	0								
	3.63E-01	0.983972	9.85E-01	0.984444	0.984444	2.30E-06	0.002675	2.23E-07	1.52E-03	0.051716	4.72E-04	
	4.30E-01	0.969438	9.72E-01	0.970199	0.970199	4.88E-06	0.003503	5.80E-07	2.21E-03	0.059184	7.61E-04	

		4.39E-01	0.967219	9.70E-01	0.968019	0.968019	5.25E-06	0.003582	6.41E-07	2.29E-03	0.059846	8.00E-04
		4.52E-01	0.963899	9.66E-01	0.964756	0.964756	5.79E-06	0.003682	7.34E-07	2.41E-03	0.06068	8.57E-04
		4.68E-01	0.959377	9.62E-01	0.960307	0.960307	6.50E-06	0.003789	8.66E-07	2.55E-03	0.061556	9.30E-04
		5.55E-01	0.933081	9.36E-01	0.934377	0.934377	9.78E-06	0.00393	1.68E-06	3.13E-03	0.06269	1.30E-03
		5.75E-01	0.926294	9.30E-01	0.927671	0.927671	1.04E-05	0.003874	1.90E-06	3.22E-03	0.06224	1.38E-03
		5.89E-01	0.921675	9.25E-01	0.923105	0.923105	1.08E-05	0.003821	2.04E-06	3.28E-03	0.061812	1.43E-03
		6.15E-01	0.912695	9.16E-01	0.914221	0.914221	1.14E-05	0.003688	2.33E-06	3.37E-03	0.060732	1.53E-03
		6.25E-01	0.909218	9.13E-01	0.91078	0.91078	1.16E-05	0.003629	2.44E-06	3.40E-03	0.060237	1.56E-03

والجدول الاتي يبين نسبة افضلية الطرائق المستعملة في تقدير دالة المعولية في ظل معاينة المجموعة المرتبة

جدول (4) نسبة افضلية طرائق التقدير

التسلسل	النسبة	الطريقة
1 st	%40	$\hat{R}_{SHR_{RSS}}$
2 nd	%30	$\hat{R}_{OLS_{RSS}}$
3 rd	%30	$\hat{R}_{MLE_{RSS}}$

اذ تبين من نتائج تجارب المحاكاة ان افضل طرائق تقدير دالة المعولية في ظل معاينة المجموعات المرتبة هي طريقة المقدر المقلص بنسبة افضلية 40% تليها طريقة كل من المربعات الصغرى وطريقة الامكان الأعظم بنسبة 30% .

الجانب التطبيقي:

يعتبر السيراميك الترميمي للأسنان من المواد التي لها خصائص ممتازة من اذ الجمالية والتوافق مع الحياة , ولكنها تكون عرضة للكسر وسريعة التأثر بالعوامل الخارجية كالصددمات او تأثيرات بعض المواد لذلك يمكن اعتبار ان هذا الكسر او العرصة للكسر هو نوع من انواع الفشل (**Failure**) والتي يكون من الصعوبة التنبؤ به او قياس درجة موثوقيته (معوليته). وان السيراميك المستخدم في ترميم الاسنان بسبب حساسيته للعيوب في المادة نفسها او بسبب الصدعات او التشققات التي لايمكن السيطرة عليها او قياسها بشكل دقيق لذلك لا بد من ان تدرج ضمن المبادئ الاحتمالية.

قد يتم تصور القيمة الحقيقية للمادة على انها خالية من العيوب وان الاختلافات في القيمة الحقيقية للمادة ترجع الى عيوب اثناء تحضير المادة اذ ان كل عينة تحتوي على صدع(عيوب) منفصل واكبر عيب داخل كل عينة اختبار بسبب الفشل . (**Failure**)

عند تطبيق اخذ العينات بصورة مرتبة فان التوزيع لذلك الفشل قد يتبع توزيع احتمالي معين يدعى توزيع الفشل , مثل

توزيع ويبل **Weibull dis.** او توزيع فريجت **Frechet Dist.** او توزيع كامبل **Gumbel ... الخ** .

Applied data

البيانات التطبيقية

تولدت فكرة اخذ عينات مرتبة حول السيراميك الترميمي للأسنان بسبب ان تكلفة ترميم الاسنان تكون مرتفعة احيانا خصوصا في حالات متقدمة من امراض الاسنان وكذلك صعوبة الحصول على اوقات فشل تمثل فشل السيراميك الترميمي في تأديه وظيفته لذلك تم الاستعانة بالمركز التخصصي لطب الاسنان التابع لدائرة صحة كربلاء اذ توفرت لديهم سجلات لتسجيل وقت بناء السيراميك الترميمي للأسنان للمرضى المراجعين للمركز . اذ ان كل مريض يراجع المركز لغرض ترميم سن او حشوة سيراميكية او شي بخصوص ترميم الاسنان يفتح له ملف داخل المركز , يبقى هذا الملف حتى عند مراجعة نفس المريض في المرات القادمة , فبذلك يتم تسجيل وقت بداية الترميم وحتى مراجعة المريض مرة ثانية عند حصول كسر او تلف او فشل في الترميم فيسجل وقت العودة , فبذلك تم الحصول على اوقات تمثل الزمن لحين الفشل للسيراميك الترميمي للأسنان للمراجعين للمركز بالايام خلال مدة 5 سنوات ومتمثلة بـ (50) مشاهدة اختيرت وفق مبدأ المعاينة المرتبة لغرض حساب معولية السيراميك الترميمي للأسنان وكالاتي :

جدول (5) يبين البيانات التطبيقية

t_i	0.14	0.16	0.19	0.24	0.29	0.54	0.80	1.47	3.23	9.43
t_i	0.07	0.16	0.27	0.43	0.44	0.83	1.81	2.11	2.97	4.27
t_i	0.08	0.21	0.25	0.38	0.41	0.47	1.26	5.82	7.90	11.24
t_i	0.06	0.15	0.28	0.28	0.32	0.49	0.66	1.48	1.69	2.06
t_i	0.10	0.11	0.18	0.23	0.25	0.65	1.51	1.65	2.89	9.38

Data Fitting**اختبار ملائمة البيانات**

ليبيان هل ان البيانات التطبيقية تتبع توزيع فريجت ام لا حسب الفرضية الاحصائية الاتية عند مستوى معنوية **0.05** :

H0: البيانات تتبع توزيع فريجت

H1: البيانات لا تتبع توزيع فريجت

وقد تم توظيف اختبارات:

-1 Kolmogorov-Smirnov

-2 Anderson Darling

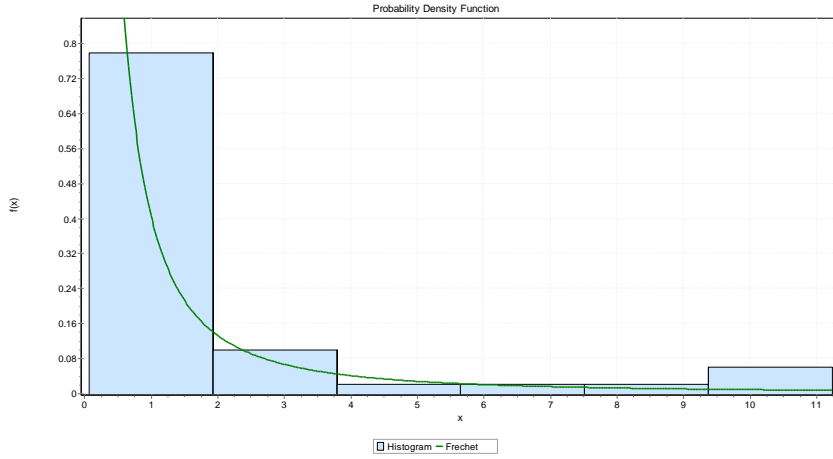
-3 Chi-Squared

باستعمال برنامج **easyfit** لاختبار الفرضية الذي كانت نتائجه حسب الجدول (6) الاتي :

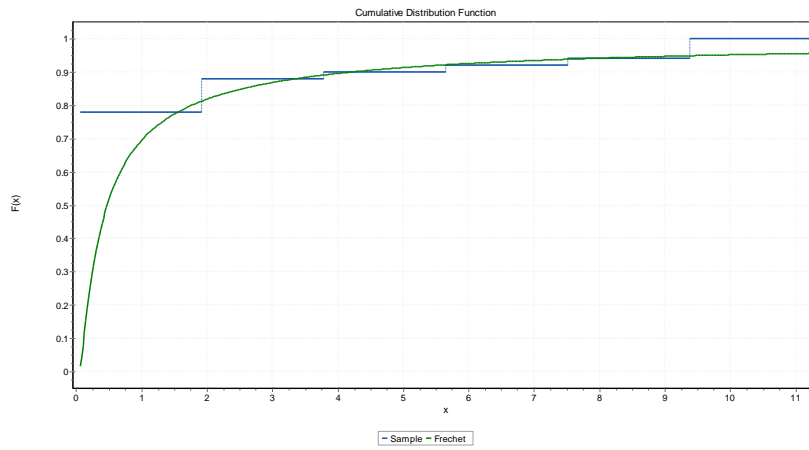
جدول (6) يبين اختبارات ملائمة البيانات

Test	Kolmogorov Smirnov	Anderson Darling	Chi-Squared
Sig.	0.10951	0.34217	0.91544

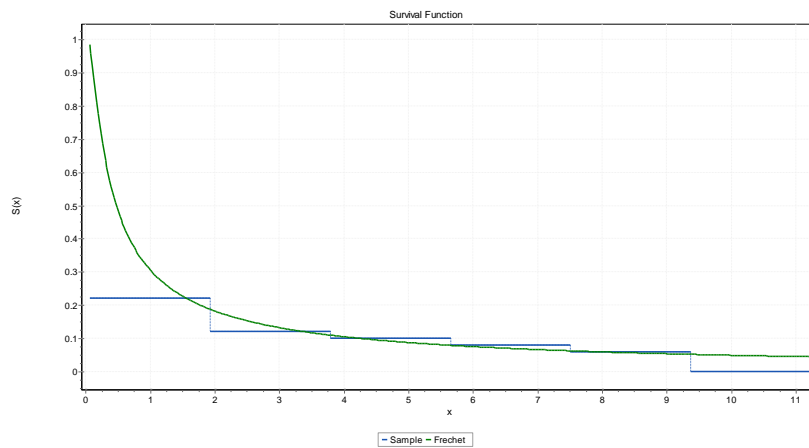
ونلاحظ ممن الجدول (6) ان قيمة **Sig.** لجميع الاختبارات اكبر ممن قيمة مستوى المعنوية **0.05** , لذلك نقبل فرضية العدم , اي ان البيانات التطبيقية المختارة تتبع توزيع فريجت .



شكل (5) منحنى دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع فريجت للبيانات التطبيقية



شكل (6) منحنى دالة الكثافة التجميعية لتوزيع فريجت للبيانات التطبيقية



شكل (7) منحنى دالة المعولية لتوزيع فريجت للبيانات التطبيقية

بينت نتائج تجارب المحاكاة ان افضل طريقة لتقدير دالة المعولية في ظل معاينة المجموعة المرتبة هي طريقة المقدر المقلص التي هي خليط من طريقتي الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى, لذلك سيتم تطبيق طريقة المقدر المقلص على البيانات الحقيقية لقياس معولية السيراميك الترميمي للاسنان.

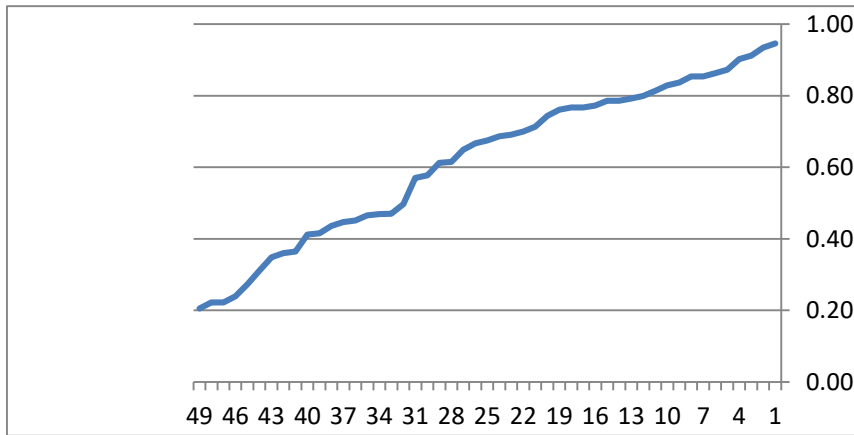
باستخدام برنامج **Matlab** تم انشاء برنامج خاص لتطبيق الطريقة وكانت النتائج كالآتي :

جدول (7) يبين قيم اوقات الفشل للسيراميك الترميمي و المعولية المقدره بطريقة التقليل

قيم المعولية المقدره بطريقة التقليل R_i	اوقات الفشل للسيراميك الترميمي t_i
0.81	0.06
0.76	0.07
0.71	0.08
0.63	0.10
0.60	0.11
0.51	0.14
0.49	0.15
0.46	0.16
0.46	0.16
0.43	0.18
0.41	0.19
0.38	0.21
0.35	0.23
0.34	0.24
0.33	0.25
0.33	0.25
0.31	0.27
0.30	0.28
0.30	0.28
0.29	0.29
0.27	0.32
0.23	0.38
0.22	0.41
0.21	0.43
0.20	0.44
0.19	0.47
0.18	0.49
0.17	0.54
0.14	0.65
0.14	0.66
0.12	0.80
0.11	0.83
0.08	1.26
0.07	1.47
0.07	1.48
0.06	1.51
0.06	1.65
0.06	1.69

0.05	1.81
0.05	2.06
0.05	2.11
0.03	2.89
0.03	2.97
0.03	3.23
0.02	4.27
0.02	5.82
0.01	7.90
0.01	9.38
0.01	9.43
0.01	11.24

نلاحظ من الجدول (7) ان قيم المعولية المقدره بطريقة التقليل في حالة تناقص وانه عندما تكون قيم اوقات الفشل كبيرة تقل المعولية .



شكل (8) منحنى دالة المعولية للبيانات التطبيقية

جدول (8) يبين المعلمات الافتراضية والمقدرة بطريقة التقليل للبيانات التطبيقية

θ	λ	θ	λ
0.5	0.5	1.5	1
$\hat{\theta}_{SHR_{RSS}}$	$\hat{\lambda}_{SHR_{RSS}}$	$\hat{\theta}_{SHR_{RSS}}$	$\hat{\lambda}_{SHR_{RSS}}$
0.49	0.49	1.4	0.9

من الجدول (8) نلاحظ ان قيم المعلمات المقدره بطريقة التقليل ملائمة لنتائج تجارب المحاكاة التي تم عرضها في الفصل الثالث .

Conclusions

الاستنتاجات :

- 1- افضل طريقة لتقدير دالة المعولية في ظل معاينة المجموعات المرتبة هي طريقة المقدر المقلص بنسبة افضلية 40% وتليها طريقة كل من المربعات الصغرى والامكان الاعظم بنسبة 30%.
- 2- كلما كبر حجم العينة فان طريقة المربعات الصغرى تتقارب مع طريقة الامكان الاعظم وبالتالي الافضلية في تقدير معولية توزيع فريجت هي طريقة المقدر المقلص التي هي خليط من الطريقتين.
- 3- ملائمة طريقة المقدر المقلص في تقدير المعولية مع البيانات الحقيقية الخاصة باوقات الفشل للسيراميك الترميم للأسنان.

Recomondations**التوصيات :**

في ضوء ما توصل اليه الباحث في هذا البحث من استنتاجات نوصي بالآتي:

- 1- استعمل مبدأ المعاينة المرتبة لتقليل الوقت والجهد والكلفة .
- 2- استعمال مبدأ المعاينة المرتبة لتوزيعات اخرى غير توزيع فريجت مثل توزيع رالي او توزيع فريجت بثلاثة معالم.
- 3- تطبيق طرائق التقدير البيزية في ظل معاينة المجموعات المرتبة ومقارنتها مع الطرائق الاعتيادية .
- 4- مقارنة المعاينة في ظل معاينة المجموعات المرتبة مع طرائق معاينة اخرى مثل العينات الضبابية او العينات المتعددة المستويات.

Refrences**المصادر**

- 1- سلمان حسين ، ضوية، خليل ابراهيم ، سميرة، عبد الوهاب ,بيداء اسماعيلو " (2008) استخدام المقدر المقلص في تقدير معلمة الشكل لتوزيع ويبيل , "مجلة جامعة النهدين , المجلد , (3)11ص. 73-78
- 2- علوان , حسين مطلق " (2010) جمع البيانات وطرق المعاينة , " جامعة الملك فهد للبترول والمعادن , العبيكان للنشر.
- 3- A. Sadek, A. Alharbi F.,(2014)," Weibull-Bayesian analysis based on ranked set sampling",International Journal of Advanced Statistics and Probability, 2 (2) 114-123.
- 4- A. Wolfe, Douglas,(2004)," Ranked Set Sampling: An Approach to More Efficient Data Collection", Statistical Sciences, Vol. 19, No. 4, 636–643 .
- 5- Abbas,Kamran; Yincal,Tang,(2012)," Comparison of Estimation Methods for Frechet Distribution with Known Shape",Caspian Journal of Applied Sciences Research, 1(10), pp. 58-64.
- 6- Ahmad ,Sameer Hasan Al-Subh,(2016)," Estimation of Cauchy Parameters under Ranked Set Sampling",International Journal of Sciences: Basic and Applied Research (IJSBAR) ISSN 2307-4531
- 7- Clutter J.I; Dell,T.R , (1972),"Ranked Set Sampling Theory with Order Statistics Backround", Biometrics 28, 545-555.
- 8- D. Al-Nasser, Amjad ; Radaideh ,Ahmed , (2008), " Estimation of Simple Linear Regression Model Using L Ranked Set Sampling" , Int. J. Open Problems Compt. Math., Vol. 1, No. 1.
- 9- Esemen, Melek; Gürler , Selma ,(2017)," Parameter estimation of generalized Rayleigh distribution based on ranked set sample", Journal of Statistical Computation and Simulation .
- 10- Harlow, D. Gary,(2002)," Applications of the Fréchet distribution function",Int. J. of Materials & Product Technology, Vol. 17.
- 11- Jabbari ,Hossein Khamnei ; Ravandeh, Sanaz Mayan,(2017)," Comparison of Parameter Estimation in the Exponentiated Gumbel Distribution based on Ranked Set Sampling and Simple Random Sampling", "Science Stays True Here" Journal of Mathematics and Statistical Science, Volume 490-497.
- 12- M. Yousef ,Omar, (2014), " Estimation of Gumbel Parameters under Ranked Set Sampling" , Journal of Modern Applied Statistical Methods , article 24, Volume 13 /Issue 2.

- 13- Mahdizadeh , M. ; Zamanzade, Ehsan, (2017)," Reliability Estimation In Multistage Ranked Set Sampling", Revstat– Statistical Journal Volume 15, Number 4.
- 14- R. S.,Felipe de Gusmão; M. M. Ortega, Edwin; M. Cordeiro, Gauss,(2011)," The generalized inverse Weibull distribution",Stat Papers 52:591.
- 15- Salehi, Mahdi; Ahmadi, Jafar,(2015)," Estimation of Stress-Strength Reliability Using Record Ranked Set Sampling Scheme from the Exponential Distribution", Filomat 29:5.
- 16- Sheikhi,Ayyub,(2017)," On Some Exact Distributions in Ranked Set Sampling",Published by Faculty of Sciences and Mathematics, University of Serbia .
- 17- Shuaib Khan.M; R Pasha .G ; Hesham Pasha, Ahmed ,(2008)," Theoretical Analysis of Inverse Weibull Distribution", Wseas Transactions on Mathematics.
- 18- Zamanzade, Ehsan ; Al-Omari, Ibrahim Amer,(2016)," New ranked set sampling for estimating the population mean and variance", Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics Volume 45(6), 1891-1905.