تقديرأنموذج اللوغارتمي المتسلسل العام بطرق معلمية وغير معلمية باستخدام المحاكاة

أ.د. خالد ضاري عباسالطائي م.م ايناس عبد الحافظ محمد

الملخص

يتضمن هذا البحث تقدير معلمات توزيع اللوغارتمي المتسلسل العام ذي المعلمتين(α ، β) وهو من التوزيعات المتقطعة وقد اعتمدت ثلاثة طرائق في التقدير هي طريقة الامكان الاعظم وطريقة العزوم وطريقة مقترحة تتضمن استعمال تقنيات خوارزمية بحث الوقواق في توليد بيانات الاختبار اوتوماتيكيا ومن خلال تقدير معلمات الانموذج المستخدم فيها وأجريت تجارب المحاكاة عند حجوم عينات (n= 100,250,400) وكررت كل تجربة (L = 1000) واستعمال متوسط مربعات الخطأ(MSE) ومتوسط خطأالمطلق (MPE) لمقارنة المقدرات وقد عرضت نتائج مقدرات المعلمتين (α ,β)

الكلمات المفتاحية : -البيانات المصنفة , توزيع الوغارتمي المتسلسل العام , مقدر الامكان الاعظم , مقدر العزوم , خوارزمية بحث الوقواق (CUCK)

Estimation the model General Logaritimic Series using methods parameters and non parameters by using Simulation.

Abstract

This research includes estimating the distribution of the Generalized logarithm series the two-parameter parameters, one of the distributions Discrete has three modalities adopted in the estimate is method Maximum likelihood and the method of moments and the method proposed include the use of search Cuckoo algorithm techniques to generate test data automatically and through the estimation parameters specimen user where and conducted simulation experiments when volumes of samples (n = 100,250,400) and repeated each experiment (L = 1000) and the use of average squares error (MSE) and the Absolute mean percentage error (MPE) to compare the estimators have presented the results of the estimation of the two parameters (α, β).

Keywords: – Catagorical data, generaliezedlogarithimic seriesdistribution , Maximumlikelihood Estimator, Estimator moments, Alorithimic Search cuck

- **هذا البحث مستل من اطروحة دكتوراة الموسومة ب((تقدير نماذج مختلطة للبيانات المصنفة مع التطبيق العملي)) مقدمة من كلية الادارة والاقتصاد جامعة بغداد.**

المقدمة

لقد ازداد الاهتمام بالبيانات المصنفة (Catagorical data) ويمكن تمثيلها على انها بيانات معيارية تم تعريفها وفقا لعلاقتها مع الفئات الاخرى ويعبر عنها من حيث مدى تكرارها نسبتها و كمياتها. ان عملية تحليل البيانات المصنفة تعتمد بشكل اساسي على عناصر المجاميع الجزئية وعلى طبيعة الاستجابة فالمجاميع الجزئية تستخدم للدلالة على المعالجة التي يعود اليها الباحث اما الاستجابة فتستخدم لوصف حالة العامل اثناء التجربة بعبارة اخرى ما يحدث للعامل خلال التجربة (حياة, موت) او(نجاح, فشل).....................الخ. نظرا للاستعمال التوزيعات الاحتمالية في عدة حقول منها الطبية والبايولوجية باستعمال الدوال احتمالية وتواصلا مع جهود الباحثين في هذه المجال سوف نقدم هذه المساهمة العلمية لتكون حافزا لتطوير هذا العمل..

في هذا البحث تم ولـلأول مرة محاولة تقدير معالم النماذج المختلطة المعتمدة في هذه ألاطروحة باستعمال خوارزميات الذكاء الاصطناعي للحصول على التقدير الامثل لمعلمات هذه الانماذج ومن ثم حساب المؤشرات الاحصائية لها .

وسنحاول ان نعرض الخوارزميات وأسلوب تكيفها لخدمة البحث وكيفية تطبيقها على النماذج المختارة.

بحث الوقواق: Cuckoo Suearch(CSO)

من أجل توضيح فكرة خوارزمية بحث الوقواق لابد من تعريف بسيط ومختصر لسلوك نوع من هذا الطائر . وسوف نقوم بعرض الفكرة الاساسية وكذلك الخطوات الاساسية للخوارزمية.

خوارزمية بحث الوقواق:

أن طير الوقواق من الطيور الرائعة ليس بسبب صوته الجميل ولكن بسبب استراتيجيته بطريقة التكاثر العدوائية, هنالك نوع من الوقواق (Guiro Cuckoos) تضع بيضها في أعشاش طيور اخرى فضلا عن رميها للبيوض الموجودة في العش والابقاء على بيوضها ضغطاً لزيادة احتمال التفقيس من بيوضها الخاصة (Payneetal 2005) وهناك انواع كثيرة تعمل على التطفل على أعشاش الطيور الاخرى وذلك بوضع بيضها مشاركة من بيوض الطيور في الاعشاش المستضيفة . وغالبا ما يقع صراع بين الطيور المستضيفة وطيور الوقواق بعد أكتشافها للبيوض الدخيلة عليها مما يضطرها الى رمي البيض الخاص بالوقواق او ترك العش وبناء عش جديد في مكان اخر .

ويستخدم الوقواق اساليب مكر كثيرة لابهام طيور الاعشاش المستضيفة بعدم اكتشاف ان بيوضه طارت على العش.وغالبا ما تختار اعشاشها لطيور شبيهة بيضها ببيض الوقواق ومن ثمَّ تزيد من احتمالية مشاركته في العش بالاقامة الى اختيار الوقت المناسب لوضع البيض وان تختار الاعشاش التي وضعت طيوره بيضها للتو وغالبا ما يفقس بيض الوقواق مبكرا عن الطيور الاخرى وبذلك تزيد من احتمالبة ان يتوفر فقراته تحسب اكبر من التغذية .

هدف البحث

يهدف البحث الى اجراء دراسة مقارنة بين طرائق التقدير الاعتيادية وطرائق تقنيات الذكاء الاصطناعي المتمثلة بخوارزمية بحث الوقواق لتقدير معلمات الانموذج اللوغارتمي العام , مما دفعنا للبحث عن اسلوب الامثل والطريقة المثلى للوصول الى أفضل طريقة في التقدير وذلك باستعمال المحاكاة واستعمال معايير قياسية للوصول الى أكفأطريقةمع التعرف على خصائص مقدرات كل طريقة.

الجانب النظري

يتم ملائمة التوزيعات الاحتمالية المنفصلة الى بيانات رقمية او عددية وذلك لايجاد نمط معين يؤدي الى تحقيق معرفة معينة كما ان لكل ظاهرة لها طابع متعدد المتغيرات لذا فأن مهمة ايجاد الانموذج الصحيح او الملائم يصبح صعوبة عمليا في كل الانماذجالبايولوجية والنفسية والاجتماعية والزراعية ...... وهكذا فكل نمط المشاهدات هو حالة ثابتة من بعض عمليات العشوائية وقد تواجه الباحثين هذه المشاهدات للوصول الى نمط معين ونظرا لجهودهم سوف يتم اكتشاف توزيعات احتمالية جديدة واكثر تعقيدا وينضم هذا التوزيع الى صنف توزيعات احتمالات لاكرانج نسبة الى عالم الرياضيات الفرنسي جوزيف لويس لاكرانج1736−1813 Joseph Louis Lagrangian) لقد وضع صيغتين لتوسيع دالة f(z) في سلسلة من القوى وعندما

$$Z = u\ g(z)$$

ولها استعمالات على نطاق واسع من لدن الباحثين في العديد من سلسلة للأنماذج الاحتمالية وقد تم تطبيق هذه الانماذج على العمليات العشوائية وفي علم السموم البيئة وقد تم تصنيف التوزيعات الاحتمالية لاكرانج الى:

1- توزيعات لاكرانج الاساسية
2- توزيعات دلتا لاكرانج
3- توزيعات لاكرانجالعامه وفق هيكلها الاحتمالي.

ان التوزيع الاحتمالي الوغارتمي المتسلسل العام هو من التوزيعات الاحتماليةلاكرانج العامة التي امكن العثور عليه في أعمال معروفة من لدن الباحثين مثل جونسون (Kemp 1997 , Johnson 1992) واخرون.ويعد من التوزيعات الاحتمالية المتقطعة الذي اشتق بصيغة متسلسلة ماكلوين (Maclaurinseries) ويمثل الصيغة العامة لتوزيع الوغارتمي المتسلسل (logarithimic series distribution) كما اشار الباحثان (Patel 1981 ; Jain and Gupta 1973) اذا كان X : متغير عشوائي متقطع للتوزيع اللوغارتميالمتسلسل العام (GLSD) ذي المعلمتين (α,β)فأن التوزيع الاحتمالي معطاة بالشكل الاتي :

$$p(X=x)=\frac{\theta\Gamma(\beta x)\alpha^{x}\,(1-\alpha)^{\beta X-x}}{X!\;\Gamma(\beta X-x+1)}\beta\ \geq 1,$$

أذ ان :　$0\leq\ \alpha\leq\beta^{-1}$　　$x=1,2,\ldots\ldots\infty$　　$\ldots\ldots(1)$

β : معلمة الشكل

α : معلمة قياس

$$\theta=\frac{-1}{\log(1-\alpha)}$$

وهناك توزيع لوغارتمي أخر متسلسل عام من لدن الباحثين Tripathi and Gurland 1975وهذا التوزيع يعتمد على التوزيع ثنائي ذي الحدين العام (GNBD) بالاقتطاع قيمة الصفر. والذي يعرف بالشكل الآتي :

$$P\ (\alpha,\beta,m)=\frac{m}{m+\beta x}\left(C_{x}^{m+\ \beta x}\right)\frac{\alpha^{x}(\ 1-\alpha)^{m+\beta x-x}}{1-(1-\alpha)^{m}},\quad x=1,2,3\ldots\ldots\ldots(2)$$

عندما ,　and m>0　　$1\leq\ \beta\ \leq\ \theta^{-1}$　　$0<\ \theta\ <1\,,$

وعند اتخاذ الحد الاعلى $m\ \rightarrow o$ نحصل على التوزيع الوغارتمي العام

$$p_{x}(\ \alpha,\beta)=\ \frac{1}{\beta x}C_{x}^{\beta x}\alpha^{x}(1-\alpha)^{\beta x-x}[-\log(1-\alpha)]^{-1}$$

مميزات هذا التوزيع :

1- عندما تكون ($x=0$) للتوزيع الوغارتمي المتسلسل العام يؤول الى التوزيع ثنائي الحدين السالب.[(2)]

2- للتوزيع منوال وحيد عندما ($x=1$) Famoye1987

3- عندما تكون (β = 1) للتوزيع يؤول الى التوزيع اللوغارتمي ويعد حالة خاصة من التوزيع العام.

الوسط الحسابي والتباين//The Mean and Variance

تعرف الدالة الاحتمالية للتوزيع اللوغارتمي المتسلسل العامذي المعلمتين (α, β) بالمعادلة المرقمة (1) علما بأن متوسط التوزيع وتباين التوزيع يكون بالشكل الآتي:

$$p(X = x) = \frac{\theta\Gamma(\beta x)\alpha^{x}\,(1-\alpha)^{\beta X - x}}{X!\,\Gamma(\beta X - x + 1)}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

مادامت:

$$\sum_{x=1}^{\infty} p_x(\,\alpha, \beta\,) = 1$$

فان الوسط الحسابي للتوزيع الاحتمالي يمكن الحصول علية بالشكل الآتي:

$$\mu_1 = E(x) = \alpha\theta(1 - \alpha\beta)^{-1}\ ,\theta = [-\ln(\,1 - \alpha)]^{-1}\ \ldots\ldots\ldots.(5)$$

اما بالنسبة للتباين فيمكن الحصول عليه بطريقة العزوم المركزيه .

لذا فأن العزم المركزي (Kth) للتوزيع الاحتمالي (GLSD) يعطى بالشكل الآتي:

$$\mathrm{E}(\mathrm{x} - \mu)^{k} = \sum_{\mathrm{X}=1}^{\infty}(\,\mathrm{x} - \acute{\mu}_1)^{\mathrm{k}}\,\frac{\theta\Gamma(\beta x)\alpha^{x}\,(1-\alpha)^{\beta X - x}}{X!\ \Gamma(\beta X - x + 1)}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

ثم نشتق المعادلة (6) بالنسبة الى (α) ونظرا لان الدالة معقدة لذا لايمكن الحصول على التباين بالصورة المباشرة

$$\frac{d_{\mu k}}{d\alpha} = \sum_{X=1}^{\infty}(x - \acute{\mu}_1)^k \frac{1-\theta\beta}{\theta(1-\theta)} (x-\mu_1)P_x(\alpha,\beta) -$$

$$\sum_{X=1}^{\infty}(x - \acute{\mu}_1)^{k-1} \frac{d_{\acute{\mu}_1}}{d\alpha} p_x(\alpha,\beta) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

$$= \sum_{X=1}^{\infty}(x - \acute{\mu}_1)^{k+1} \frac{1-\theta\beta}{\theta(1-\theta)} P_x(\alpha,\beta) - k\mu_{k-1} \frac{d_{\acute{\mu}_1}}{d\alpha} .$$

وباستعمال العلاقة التكرارية التي تربط العزوم المركزية والعزم الاول نحصل على العزم المركزي الثنائي حسب المعادلة(7) .

إذ إن :

$$)\mu_{2=} \alpha\theta (1-\alpha)(1-\alpha\beta)^{-3}$$

وبالتعويض عن قيمة μ_1 وعن قيمة μ_2 يمكن ايجاد التباين للتوزيع الاحتمالي الوغارتمي المتسلسل العام (GLSD) .

$$\sigma^2 = \mu_{2-}\mu_1{}^2$$

$$\sigma^2 = \alpha\theta (1-\alpha)(1-\alpha\beta)^{-3} - (\alpha\theta(1-\alpha\beta)^{-1})^2$$

وباستعمال تحويل لاكرانج

$$f(z) = \sum_{x=0}^{\infty} \left({u^x}/{x!} \right) D^{x-1}\{(g(z))^x f\acute{}(z)\} I_Z$$

نحصل على الدالة االتجميعية المولدة للتوزيع الاحتمالي :

$$G_x(u) = f(z) = \ln\left[\frac{1-\theta}{1-\theta z}\right] , \quad z = u \left[\frac{1-\theta}{1-z\theta}\right]^{\beta-1}$$

وبالمقابل نحصل على الدالة المولدة للعزوم (mgf)

$$M_x(v) = \ln\left(\frac{1-\theta}{1-\theta\, e^{s}}\right) \;, \qquad s = v + (\beta - 1)\ln\left(\frac{1-\theta}{1-\theta\, e^{s}}\right) \;.... \;(9)$$

ومن خلال هذه المعادلة السابقة يمكن أيجاد العزوم للتوزيع الاحتمالي (GLSD).

طرائق التقدير Estimation Method

نتناول في هذا البند طرائق تقدير المعلمات توزيع اللوغارتمي المتسلسل العام (GLSD) بهدف الحصول على المقدرات التي يمكن اعتمادها في الجانب التجريبي وذلك إن معلمتي(α، β) الشكل والقياس .

1- طريقة الامكان الاعظم Maximumu Likelihood Method (MLE)

تعد هذه الطريقة أحد أهم طرائق التقديرللمعالم للأنموذج للمتغيرات الوصفية والتي تهدف الى جعل دالة الأمكان الأعظم في نهايتها العظمى وقد ناقش الباحثان Jani and Shah مقدر الامكان الاعظم لكل التكرارات المشاهدة هي

حيثx k............1,2 =, $f(x)$

$$\sum_{x=1}^{k} f(x) = N \quad ....(10)$$

ويرمز لدالة الامكان الاعظم بـ(L)وتعرف بأنها دالة احتمالية مشتركة وصيغتها العامه كالاتي :

إذ إن x هـو متغيـر $x = (x1, x2, \dots \dots, xn)$ لكـن $x \in n$ عينـه كاملـة مـأخوذة مـن مجتمـع لـه التوزيـع اللوغـارتمي المتسلسل العام ويعطى بالصورة الآتية :

$$p(x) = \frac{\theta\Gamma(\beta x)\alpha^{x}(1-\alpha)^{\beta x - x}}{x!\,\Gamma(\beta x - x + 1)} \dots \dots \dots \dots \dots \dots . . (11)$$

وان دالة الامكان الاعظم لهذه البيانات تعطى بالعلاقة :

$$L(x, \alpha, \beta) = \frac{\theta^{n}\alpha^{n\bar{x}} \prod_{x=1}^{k}\prod_{j=1}^{x-1}(\beta x - j)^{f(x)}(1-\alpha)^{(\beta-1)n\bar{x}}}{\prod_{i=1}^{k}(Xi!)^{f(x)}} \dots \dots \dots (12)$$

وبأخذ اللوغارتم الطبيعي للمعادلة(28-3)نجد ان

$$\log L = N\log + N\bar{x}\log\alpha + \sum_{x=1}^{k}\sum_{j=1}^{x-1} f(x)\log(\beta x + j)$$
$$+ (\beta-1)N\bar{x}\log(1-\alpha) - \sum f(x)\log Xi! \dots \dots . . \dots . (13)$$

وبأخذ المشتقة الجزئية الاولى للصيغة (29-3) بالنسبة لمعلمتين α و β ومساواتها الى الصفر نحصل على:

$$\frac{\partial \log L}{\partial \alpha} = \frac{N\bar{x}}{\alpha} - \frac{(\beta-1)N\bar{x}}{1-\alpha} - \frac{N\theta}{1-\alpha} \dots \dots \dots \dots \dots (14)$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial \beta} = \frac{-N\bar{x}}{\theta} + \sum_{x=1}^{k}\sum_{j=1}^{x-1}\frac{Xf(X)}{\beta x - j} \dots \dots \dots \dots \dots \dots (15)$$

من المعادلة (14) نحصل على :

$$\hat{\beta} = \frac{1}{\hat{\alpha}} - \frac{\hat{\theta}}{\bar{x}}$$

ثم نعوض قيمة (β) في المعادلة (14) نحصل على :

$$\frac{\partial \log L}{\partial \beta} = \frac{N\bar{x}}{\theta} + \sum_{x=1}^{k}\sum_{j=1}^{x-1} \frac{Xf(X)}{\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{\theta}{\bar{x}}\right)x - j} = 0 \ \ldots\ldots\ldots.(16)$$

وهذه لا يمكن حلها مباشرة ولكنها تحل عدديا لذلك سوف تعتمد على المشتقة الثانية :

$$\frac{\partial^2 \log L}{\partial \alpha^2} = \frac{-N\bar{x}}{\alpha^2} - \frac{(\beta-1)N\bar{x}}{(1-\alpha)^2} - \frac{N\theta}{(1-\alpha)^2} \quad \ldots\ldots\ldots.(17)$$

$$= \frac{N\bar{x}}{\alpha^2} - \frac{N[\theta + (\beta+1)x]}{(1-\alpha)^2} \quad \ldots\ldots.(18)$$

$$\frac{\partial^2 \log L}{\partial \beta^2} = -\sum_{x=1}^{k}\sum_{j-1}^{x-1} \frac{x^2 f(x)}{(\beta x - j)^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(19)$$

$$\frac{\partial^2 \log L}{\partial \beta \partial \alpha} = \frac{-N\bar{x}}{(1-\alpha)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(20)$$

بالاعتماد على طريقة نيوتن رافسن وذلك بايجاد معكوس (inverse) مصفوفة (Hussein) بعبارة اخرى اعتماد هذه الطريقة على المشتقة الثانية للوغارتم دالة الامكان بالنسبة لكلا المعلمتين.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \log L}{\partial \alpha^2} & \frac{\partial^2 \log L}{\partial \beta \partial \alpha} \\ \frac{\partial^2 \log L}{\partial \alpha \partial \beta} & \frac{\partial^2 log\, L}{\partial \beta^2} \end{bmatrix}_{\alpha_\circ,\beta_\circ} \begin{bmatrix} \hat{\alpha} & - & \alpha_\circ \\ \hat{\beta} & - & \beta_\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-\partial \log L}{\partial \alpha} \\ \frac{-\partial \log L}{\partial \beta} \end{bmatrix}_{\alpha_\circ,\beta_\circ} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots.(21)$$

ومن هنا نحصل على مقدارات الامكان الاعظم $\hat{\beta}_{mL}, \hat{\alpha}_{mL}$ ومن ثم نقوم بافتراض قيم اولية للمعالم وتعويضعها للحصول على تقديرات جديدة .

2-طريقة العزوم :- method of moment

وهي من الطرائق التقدير الشائعه والمهمة في حقل تقدير المعلمات إذ يعد (Johan and Bernalli) (1667-1978) من اوائل العلماء الذين استخدموا هذه الطريقة في ابحاثهم وتتصف بسهولتها من خلال ايجاد صيغ تقريبية تتحدد فيها قيمة المعلمة المراد تقديرها وفكرة هذه الطريقة هي تقدير العزوم المجهولة للمجتمع بواسطة عزوم العينة المسحوبة من العينة وبذلك سيتم الحصول على عدد من المعادلات لعدد من المعالم المجهولة وعلى ضوء هذه المعادلات يتم ايجاد المقدرات حيث انها تمثل الحلول الناتجة

وبشكل عام يمكن كتابة العزم الرائي كالاتي:

$$m_r = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi^r}{n}$$

$$\mu_r = E(x^r)$$

وعند تطبيق التعريف: أي نجعل عزم العينة (m_r) مساويا لمقدر عزم المجتمع (μ_r) كل مع نظيرة وكالاتي:

$$\hat{\mu}_r = m_r$$

وقد قام الباحثان بتوظيف الافكار التي عرضها الباحث(Famoye)لتقدير معلمات التوزيع ذي المعلمتين وعند التقدير سوف نعتمد على طريقةالعزمالرائي الغير المركزي عن نقطة الصفر.

$$E(x^r) = m'_r = \sum_{x=1}^{\infty} X^r p(X = x) \quad ; r = 1,2,3 \ldots\ldots\ldots\ldots (22)$$

$$= \sum_{x=1}^{\infty} x^r \, C_x^{\beta x} (1-\alpha)^{\beta x - x} [\log(1-\alpha)]^{-1} \ldots\ldots (23)$$

$$= \sum_{x=1}^{\infty} \frac{x^r \theta \, \Gamma(\beta x) \alpha^x (1-\alpha)^{\beta x - x}}{x! \, \Gamma(\beta x - x + 1)} \ldots\ldots\ldots (24)$$

$$= \sum_{X=1}^{\infty} \frac{x^r \; \theta\Gamma(\beta x)\alpha^x(1-\alpha)^{\beta x - x}}{x! \; \Gamma(\beta x - x + 1)} \ldots\ldots\ldots\ldots. (25)$$

وللأيجاد الوسط الحسابي فأننا نضع r=1 لتكون المعادلة (25)كالاتي:

$$= \sum_{X=1}^{\infty} \frac{x \; \theta\Gamma(\beta x)\alpha^x(1-\alpha)^{\beta x - x}}{x! \; \Gamma(\beta x - x + 1)} \ldots\ldots\ldots\ldots. (26)$$

وبعد عدة عمليات حسابية نحصل على الصيغة النهائية للعزم الاول:

$$\therefore m'_1 = \bar{X} = \frac{1-\alpha}{(1-\alpha\beta)^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (27)$$

وللأيجاد العزم الثاني نضع r=2 للمعادلة 25) كالاتي:

$$\therefore m'_2(S) = \sum_{x=1}^{\infty} \frac{X^2\theta\Gamma(\beta X)\alpha^X(1-\alpha)^{\beta x - x}}{X!\,\Gamma(\beta X - X + 1)} \quad \ldots\ldots\ldots (28)$$

$$= \sum_{x=1}^{\infty} \frac{X^2\theta\Gamma(\beta X)\alpha^X(1-\alpha)^{\beta X - X}}{x(x-1)!\Gamma(\beta X - X + 1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (29)$$

$$= \sum_{X=1}^{\infty} \frac{X\theta \; \Gamma(\beta X)\alpha^X(1-\alpha)^{\beta X - X}}{(X-1)\Gamma(\beta X - X + 1)} \ldots\ldots\ldots\ldots. (30)$$

وبعد أجراء العمليات الحسابية نحصل على الصيغة النهائية للعزم الثاني

$$\therefore m_2' = \theta(1-\alpha\beta)^{-3}\alpha(1-\alpha) \qquad \dots\dots\dots\dots(31)$$

أما بالنسبة للتباين فيمكن الحصول عليه وفق الصيغة الآتية :

$$S^2 = m_2 - (m_1)^2$$

$$= \quad \theta(1-\alpha\beta)^{-3}\alpha(1-\alpha) \quad - \quad (1-\alpha)/((1-\alpha\beta)\text{^}2\,)^2 \dots$$

$$\therefore S^2 = \frac{(1-\alpha)(2\alpha\beta-\alpha-\alpha^2\beta)}{(1-\alpha\beta)^4} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots(32)$$

$$\because \bar{X} = \frac{(1-\alpha)}{(1-\alpha\beta)^2}$$

$$\therefore \bar{X}^2 = \frac{(1-\alpha)^2}{(1-\alpha\beta)^4}\dots\dots\dots\dots\dots..33$$

ثم نقوم بقسمة المعادلة (*32*) على المعادلة (*33*) كالاتي:

$$\frac{S^2}{\bar{\bar{X}}^2} = \frac{\cancel{(1-\alpha)}(2\alpha\beta-\alpha-\alpha^2\beta)}{\cancel{(1-\alpha\beta)^4}} \cdot \frac{\cancel{(1-\alpha\beta)^4}}{\cancel{(1-\alpha)^2}}$$

$$\frac{S^2}{\bar{\bar{X}}^2} = \frac{(2\alpha\beta-\alpha-\alpha^2\beta)}{(1-\alpha)}\dots\dots\dots\dots..(34)$$

ومن خلال الاعتماد على اول ثلاثة عزوم غير مركزية وهي :

$$M_1' = \theta(1-\beta\alpha)^{-1}\alpha\dots\dots\dots.(35)$$

$$M_2' = \theta(1-\alpha\beta)^{-3}\alpha(1-\alpha)\dots\dots\dots\dots(36)$$

$$M_3' = \theta(1-\alpha\beta)^{-5}\alpha(1-\alpha)(1-2\alpha+2\alpha\beta-\alpha^2\beta) \qquad \dots\dots\dots\dots(37)$$

من خلال قسمة العزم الثالث على العزم الثاني والتبسيط نحصل على :

$$\frac{\sum Xi^3}{\sum \mathrm{Xi}^2} = (1-\alpha\beta)^2(1-\alpha-\alpha+2\alpha\beta-\alpha^2\beta) \ldots\ldots\ldots\ldots (38)$$

$$= (1-\alpha\beta)^{-2}[(1-\alpha)+2\alpha\beta-\alpha-\alpha^2\beta)] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (39$$

$$= (1-\alpha\beta)^{-2}\left[(1-\alpha)+\frac{S^2}{\bar{X}^2}(1-\alpha)\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. (40)$$

$$\therefore \frac{\sum Xi^3}{\sum Xi^2} = (1-\alpha\beta)^{-2}(1-\alpha)\left[1+\frac{S^2}{\bar{X}^2}\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (41$$

مع العلم أن :

$$\bar{X} = \theta\alpha(1-\alpha\beta)^{-1} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(42)$$

وبقسمة طرفي المعادلة على ($\alpha\theta$) نحصل على :

$$\frac{\bar{X}}{\alpha\theta} = (1-\alpha\beta)^{-1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (43)$$

ومن ثم نقوم بتربيع الطرفين كالاتي:

$$\therefore \frac{\bar{X}^2}{\theta^2\alpha^2} = (1-\alpha\beta)^{-2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. (44)$$

نعوض في المعادلة رقم (41-) نحصل على :-

$$\frac{\sum Xi^3}{\sum \mathrm{Xi}^2}=\frac{\overline{\mathrm{X}}^2}{\theta^2\alpha^2}(1-\alpha)\left(1+\frac{\mathrm{S}^2}{\overline{\overline{\mathrm{X}}}^2}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots..(45)$$

$$\therefore \frac{\theta^2\alpha^2}{(1-\alpha)}=\frac{\bar{X}^2\sum Xi^2}{\sum Xi^3}\left(1+\frac{S^2}{\overline{\overline{X}}^2}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(46)$$

مع العلم أن :-

$$\theta=\frac{-1}{\log(1-\alpha)} \qquad , \qquad \theta^2=[\frac{1}{\log(1-\alpha)}]^2$$

وبالتعويض في المعادلة(46)كالاتي:

$$\therefore \frac{\log(1-\alpha)^{-2}\alpha^2}{(1-\alpha)}=\frac{\overline{\mathrm{X}}^2\sum \mathrm{Xi}^2}{\sum \mathrm{Xi}^3}\left(1+\frac{\mathrm{S}^2}{\overline{\overline{\mathrm{X}}}^2}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(47)$$

وهذة تمثل معادلة ضمنية تحل بعدة عمليات حسابية للأيجاد مقدرات المعلمات ($(\hat{\alpha}_{mom}, \hat{\beta}_{mom})$ بطريقة العزوم (Moment Method) .

الطريقة المقترحة:-

طريقة خوارزمية بحث الوقواق :(CuckooSuearchObtimazation):

وببساطة يمكن ان نوضح ان طريقة بحث الوقواق التي طورت من لدن (Ying and Dele 2009) والتي تستند الى استعمال القواعد الاساسية المثالية الاتية:-

1- كل وقواق يضع بيضة واحدة في كل مرة وبشكل مخادع في عش تختاره عشوائيا أختيارالعش..

2- ان افضل اعشاش البيض يكون ذات جودة عالية للاجيال القادمة.

3- عدد الاعشاش المضيفة ثابتة .وأن الاعشاش المتاحة يمكن ان نكتشف ان البيض الموجود هو بيض أحنبي (لطائر أخر) باحتمال $P_\alpha \epsilon [0,1]$ وفي هذه الحالة فأن الطيور المستضيفة أما ان ترمي البيض او ان تترك العش وتبني عش جديد في مكان اخر.

وببساطة كان الافتراض الاخير يمكن ان يقترب باستعمال المعامل p_α بالنسبه الى n من الاعشاش يمكن ان تستبدل باعشاش جديدة . اي ان هناك احتمال P_α() لاستبدال هذه الاعشاش (مع حلول عشوائية جديدة في مواقع جديدة). وبالنسبة الى مشكلة التعظيم ونوعية او ملائمة الحل يمكن ان يتلائم ببساطة مع دالة الهدف (Objective Function كما ان الاشكال الاخرى للملائمة يمكن ان تعرض بطريقة مثالية مماثلة في الخوارزمية الجينية.

وهناك قضية هي ان جميع الخوارزميات لها معلمات ممكن الاعماد عليها مع وضع بعض المعايير او المقاييس التي تؤثر في اداء الخوارزمية لذا يجب تهيئة الحل الامثل من خلال ايجاد قيمة المعلمة االاكثرامثلية حتى تكون مهمة وتستحق المزيد من الاهتمام للخوارزمية المعلومة لذا نراها تدخل في كثير من حل المشاكل للمعادلات غير الخطية وكذلك في حل الشبكات العصبية من خلال تمكنها الانتقال من حالة الى حالة اخرى لغرض الوصول الى الحل الامثل

خطوات عمل خوارزمية بحث الوقواق (CSA) لتقدير معلمات التوزيعات المصنفة

الخطوة رقم (1) : توليد العش الابتدائي إذ إن كل عش يحتوي على المعملتين المراد تقديرها وعدد الأعشاش يحدد حسب عدد المعلمات ويولد حسب المعادلة الاتية:

$$nest{=}LB + (UB - LB) * random\ number\ (0{,}1)$$

الخطوة رقم (2) : حساب دالة الهدف لكل عش حسب المعادلة الاتية :

$$f = \sum_{i=1}^{m} \left(F\left(x(i), \hat{\theta}, \hat{\beta}\right) - \frac{nx(i)}{n} \right) \quad \dots (1)$$

الخطوة رقم (3) : ايجاد افضل معلمات حسب دالة الهدف اي تحديد وضعية افضل عش للوقواق.

الخطوة رقم (4): بدء التكرار

الخطوة رقم (5) : توليد عش جديد للوقواق عن طريق المعادلة الاتية:

$$\sigma = \left(\Gamma(1+\beta) * \frac{sin\left(pi * \frac{\beta}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+\beta}{2}\right) * \beta * 2^{\frac{\beta-1}{2}}} \right)^{\frac{1}{\beta}}$$

$$u = rand(1,2) * \sigma$$

$$v = rand(1,2)$$

$$step = \frac{u.}{|v|^{.\frac{1}{\beta}}}$$

$$stepsize = 0.01 * step.* (nest - best)$$

$$newnest = nset + stepsize.* rand(1,2)$$

الخطوة رقم (6): حساب دالة الهدف لكل عش جديد.

الخطوة رقم (7) : مقياس التوقف يتم الاستمرار في الحل لحين تجقق شرط التوقف بانتهاء عدد التكرارات الكلية ومن ثم طباعة افضل حل تم ايجاده.

مراحل تجارب المحاكاة Simulation Experiments Stages

يمكن تعريف المحاكاة ،على أنها الأسلوب الذي يتم بموجبه التعامل مع المعضلات المعقدة التغيير والتي تتداخل فيها العلاقات الرياضية المستندة على منطق حركة تلك المتغيرات، وذلك لوصف نظام معين ومحاولة إيجاد الحلول المناسبة لتلك المعضلات .و تتضمن مراحل بناء المحاكاة خمسة مراحل مهمة هي

المرحلة ألاولى : تتضمن هذه المرحلة الخطوات الآتية :

a– أختبار قيم أفتراضية للمعلمتين (β , α) وتم تشكيل الحالات كما في الجدول (1)

التجربة	معلمة مقياس α	معلمة شكل β
1	0.3	1
2	0.2	1
3	0.3	1.25
4	0.1	1.25
5	0.2	1.5
6	0.3	1.5

b– يتم أختيار ثلاثة حجوم مختلفة للعينة وهي (100,250,400) =n وكان تكرار هذه التجارب مساويا الى (= L 1000) لكل تجربة

المرحلـــة الثانيـــة : يـتم فـي هـذه المرحلـة توليـد متغيـرات هـذا التوزيـع عـن طريـق خوارزميـة الـرفض والقبـول Algorithim Riject&Accpte.بالاعتماد على المعادلة المعطاة بالشكل الآتي:

$$P_x\,(\,\alpha,\beta) \le (1+\ \sqrt{2}\,)\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-\ \frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)\left[(\,-\log(1-\theta))\ \sqrt{\pi\beta\ (\ \beta-1)}\right]^{-1}$$

حيث ان ولكل قيم x

$$x = 1,2,3,\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots,\qquad 0\ <\ \theta\ < \beta^{-1}\qquad ,\quad \beta > 1$$

نقوم بتهيئة التوزيع الوغارتمي (GLSD) وفق هذة الخوارزمية وذلك حسب الصيغ الآتية:

$$c\ \leftarrow \left(1+\sqrt{2}\right)\left[(\,-\log(1-\theta))\sqrt{\sqrt{\pi\beta\ (\beta-1)}}\right]^{-1}$$

اجراءات خوارزمية الرفض والقبول

الخطوة الاولى: توليد متغير x من التوزيع g حسب التوزيع المنتظم اي ان$x \sim U\ (0,1)$

الخطوة الثانية : نقوم بتوليد p حسب التوزيع المنتظم اي ان $x \sim U\ (0,1)$

الخطوة الثالثة : اذا كان ; $Uc\left(\frac{\frac{1}{\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x+1}}\right) > p_x$ ننتقل الى الخطوة 1

$$p(\,X = x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$ حيث ان

الخطوة الرابعة : تعتمد قيمةx .

المرحلة الثالثة : يتم في هذه المرحلة تقدير المعلمات للتوزيع اللوغارتمي المتسلسل العام للمعلمتين (α,β)

والطرائق المبينة في الجانب النظري .

المرحلة الرابعة : هي مرحلة المقارنة بين الطرائق التقدير , إذ أستعمال مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومقياسمتوسط الخطأ النسبي المطلق(MPE) للمقارنة بين المقدرات.

تحليل نتائج المحاكاة: Simulation Analysis

سيتم في هذا البحث عرض لنتائج تجارب المحاكاة وتحليلها للأيجاد أفضل مقدر لمعلمات ودالة التوزيع اللوغارتمي المتسلسل العام حسب الطرائق التي تمت مناقشتها وكما موضحة في الجداول .

جدول رقم (1) يبين القيم الافتراضية لمعلمتين الشكل

$\hat{\boldsymbol{\beta}}= 1 \quad \hat{\boldsymbol{\theta}}= 0.3$

n	PARAMETER	MOM	M.L.E	CUCK
100	$\hat{B}$	1.25837	1.150646	0.976691
	MSE	0.06693	0.022903	0.00266
	MPE	0.25837	0.150646	0.03948
	$\hat{\theta}$	0.670928	0.747335	0.289952
	MSE	0.137654	0.200111	0.002449
	MPE	1.236428	1.491117	0.130069
250	$\hat{B}$	1.265904	1.159099	0.977123
	MSE	0.07073	0.025414	0.00514
	MPE	0.265904	0.159099	0.05303
	$\hat{\theta}$	0.672904	0.747477	0.278677
	MSE	0.139163	0.200236	0.004867
	MPE	1.243013	1.491589	0.154049
400	$\hat{B}$	1.26708	1.156936	0.963742
	MSE	0.071348	0.024652	0.005893
	MPE	0.26708	0.156936	0.05817
	$\hat{\theta}$	0.670602	0.747526	0.290847
	MSE	0.137377	0.20028	0.001779
	MPE	1.235339	1.491755	0.104683

من خلال النتائج المبينة في الجدول (1) عند جميع حجوم العينة (n=100,250,400) كانت طريقة خوارزمية الوقواق هي الافضل في تقدير المعلمتين مقارنة بطريقتين الامكان الاعظم والعزوم.

جدول رقم (2) يبين القيم الافتراضية لمعلمتين الشكل

$\hat{\beta}= 1 \quad \hat{\theta}= 0.2$

N	PARAMETER	MOM	M.L.E	CUCK
100	$\hat{B}$	1.056618	0.93824	1.20447
	MSE	0.03835	0.097945	0.007806
	MPE	0.154705	0.249408	0.050313
	$\hat{\theta}$	0.625696	0.768325	0.126047
	MSE	0.276586	0.446786	0.001031
	MPE	5.256957	6.683247	0.260471
250	$\hat{B}$	1.102972	0.946153	1.143174
	MSE	0.023795	0.092607	0.027223
	MPE	0.117622	0.243077	0.099582
	$\hat{\theta}$	0.594722	0.76358	0.148313
	MSE	0.245305	0.440379	0.003354
	MPE	4.947218	6.635795	0.483129
400	$\hat{B}$	1.065269	0.933957	1.160122
	MSE	0.034553	0.099992	0.011429
	MPE	0.147785	0.252834	0.076699
	$\hat{\theta}$	0.614369	0.769781	0.126652

من خلال النتائج المبينة في الجدول (2) عند جميع حجوم العينة (n=100,250,400) كانت طريقة خوارزمية الوقواق هي الافضل في تقدير المعلمتين مقارنة بطريقتين الامكان الاعظم والعزوم.

n	PARAMETER	MOM	M.L.E	CUCK
100	$\hat{B}$	1.255147	1.157677	1.20447
	MSE	0.065179	0.025257	0.007806
	MPE	0.255147	0.157677	0.050313
	$\hat{\theta}$	0.677294	0.746365	0.126047
	MSE	0.227998	0.298518	0.001031
	MPE	2.386468	2.731827	0.260471
250	$\hat{B}$	1.267207	1.151186	1.143174
	MSE	0.071411	0.02293	0.027223
	MPE	0.267207	0.151186	0.099582
	$\hat{\theta}$	0.66594	0.74743	0.148313
	MSE	0.217136	0.29968	0.003354
	MPE	2.329698	2.737151	0.483129
400	$\hat{B}$	1.268762	1.152159	1.160122
	MSE	0.072263	0.023264	0.011429
	MPE	0.268762	0.152159	0.076699
	$\hat{\theta}$	0.66603	0.747736	0.126652
	MSE	0.217301	0.300016	0.001903
	MPE	2.330149	2.738682	0.361707

من خلال النتائج المبينة في الجدول (3) عند جميع حجوم العينة (n= 100,250,400) كانت طريقة خوارزمية الوقواق هي الافضل في تقدير المعلمتين مقارنة بطريقتين الامكان الاعظم والعزوم.

جدول رقم (4) يبين القيم الافتراضية لمعلمتين الشكل

$\widehat{\beta}= 1.25 \widehat{\theta}= 0.2$

	PARAMETER	MOM	M.L.E	CUCK
100	$\hat{\beta}$	1.046334	0.883373	1.239204
	MSE	0.050495	0.142419	0.001596
	MPE	0.162932	0.293301	0.02427
	$\hat{\theta}$	0.567584	0.788055	0.208265
	MSE	0.135241	0.350343	0.001093
	MPE	1.837918	2.940273	0.126911
250	$\hat{\beta}$	1.071062	0.847901	1.146532
	MSE	0.037161	0.166252	0.021428
	MPE	0.143151	0.321679	0.09233
	$\hat{\theta}$	0.513055	0.780287	0.221193
	MSE	0.098096	0.338991	0.001538
	MPE	1.565277	2.901434	0.171961
400	$\hat{\beta}$	1.004371	0.776787	1.177969
	MSE	0.063056	0.225049	0.009301
	MPE	0.196504	0.37857	0.070241
	$\hat{\theta}$	0.514049	0.811531	0.234575
	MSE	0.099154	0.377105	0.002937
	MPE	1.570247	3.057655	0.229121

جدول رقم (5) يبين القيم الافتراضية لمعلمتين الشكل

$\widehat{\beta}= 1.5 \widehat{\theta}= 0.3$

N	PARAMETER	MOM	M.L.E	CUCK
100	$\hat{\beta}$	1.080669	0.911731	1.125279
	MSE	0.047249	0.13605	0.02811
	MPE	0.136698	0.270615	0.115938
	$\hat{\theta}$	0.578262	18676.3	0.284066
	MSE	0.078242	2.16E+09	0.002018
	MPE	0.927539	62253.32	0.120667
250	$\hat{\beta}$	0.95096	0.705463	1.190649
	MSE	0.097964	0.308711	0.008531
	MPE	0.239232	0.43563	0.053818
	$\hat{\theta}$	0.505259	3237.901	0.270202
	MSE	0.042488	1.05E+08	0.003491
	MPE	0.684196	10792	0.159716
400	$\hat{\beta}$	1.153083	0.803264	1.18006
	MSE	0.018289	0.21442	0.011405
	MPE	0.087393	0.357389	0.072439
	$\hat{\theta}$	0.443183	0.723603	0.276446
	MSE	0.02055	0.188692	0.002919
	MPE	0.477277	1.41201	0.130493

من خلال النتائج المبينة في الجدول (4,5) عند جميع حجوم العينة (n=100,250,400) كانت طريقة خوارزمية الوقواق هي الافضل في تقدير المعلمتين مقارنة بطريقتين الامكان الاعظم والعزوم.

جدول رقم (6) يبين القيم الافتراضية لمعلمتين الشكل

$\hat{\beta}$= 1.5 $\hat{\theta}$= 0.1

	PARAMETER	MOM	M.L.E	CUCK
100	$\hat{B}$	1.158568	0.980782	1.32718
	MSE	0.120808	0.271628	0.049154
	MPE	0.227621	0.346145	0.124764
	$\hat{\theta}$	0.571711	0.739092	0.118765
	MSE	0.222566	0.408503	0.001009
	MPE	4.717113	6.390918	0.246467
250	$\hat{B}$	1.050638	0.893006	1.369995
	MSE	0.2066	0.369736	0.035537
	MPE	0.299575	0.404663	0.097595
	$\hat{\theta}$	0.559599	0.759376	0.123285
	MSE	0.211869	0.435535	0.001816
	MPE	4.595993	6.593758	0.354115
400	$\hat{B}$	1.185204	0.923945	1.413001
	MSE	0.100795	0.33302	0.013788
	MPE	0.209864	0.384037	0.065591
	$\hat{\theta}$	0.492944	0.746856	0.157485
	MSE	0.15461	0.418979	0.00372
	MPE	3.929435	6.468555	0.574849

من خلال النتائج المبينة في الجدول(6) عند جميع حجوم العينة (n=100,250,400) كانت طريقة خوارزمية الوقواق هي الافضل في تقدير المعلمتين مقارنة بطريقتين الامكان الاعظم والعزوم.

الاستنتاجات والتوصيات

1- أتضح من نتائج المحاكاة ان مقدر خوارزمية بحث الوقواق أفضل من المقدرين الاخرين (الامكان الاعظم والعزوم).

2- ان في حالة استعمال صيغ التوزيعات المعقدة ستكون هناك صعوبة في تقدير المعلمات مباشرة فمن الممكن اللجوء الى طرائق اللامعلمية.

3- في حالة استعمال الطرائق اللامعلمية سيكون تقدير المعلمات أكفأمن الطرق المعلمية للمعلمات وخصوصا اذا كان العمل بها صعب في الاشتقاق .

4- توصلت الدراسة الى ان قيمة متوسط مربع الخطأ (M.S.E) ومتوسط النسبي المطلق للتوزيع اللوغارتمي المتسلسل العام حسب الطريقة المقترحة (cuck) أعطت اقل قيمة بالنسبة الى باقي الطرق وهذا يدل على ان الانموذج كفوء.

5- نوصي بتوسيع نطاق البحث الى جداول بيانات مصنفة متعددة الابعاد والعمل على ايجاد التوزيعات الاحتمالية المتمثلة لبيانات مستخدمة لهذه الجداول ومن ثم التقدير والمقارنة بين المقدرات.

6- توسيع نطاق البحث للايجاد خوارزميات أخرى لما لهذة الخوارزميات أهمية في تعقب المقدرات والوصول الى المقدر الافضل وخاصة في العينات الكبيرة..

7- نوصي ايضا بتوسيع نطاق البحث ليشمل توزيعات أحتمالية مختلفة لمتغيرات الصفوف والاعمدة مثل متغيرات كمية مستمرة وبكون متغير الصفوف متقطع ومتغير الاعمدة مستمر والبحث عندئذ في مقاييس التوافق ولارتباط التي تلائم هكذا بيانات.

المصادر

1- Anwar Hassan &Khurshid Ahmad Mir,1990 , " On estimation of Generalized Logarithmic Series Distribution ",no.10 .

2- Christian Walck, " Hand- book on Statistical Distribution for Experimentalists, no.10, 2007.

3- F.Famaye,Mt.Pleasant,(1997)," Sampling from the Generalized logarithimic Series , Computing 58,365-375.

4- Khurshid Ahmed Mir,(2009) "Anew Method of estimation of sizes basesed generalized logarithmic distribution ", ,20-24

5- PremC.Consul&FelixFamoye, (2000) "LagrangianProbability Distributions.

6- Waild Mohamed Aly, 2013, " Evaluation of Cuckoo Search Usage for Models Parameters Estimation, International journal of Computer Application, vol.78,no.11,September

7- Xin – She Ying &Suash Deb, (2010) , " Engineering Optimaization by CuchooSearsh", 23 Dec.

8- Feller, W. (1968). An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Vol. I, 3rd ed., Wiley, New York.

9- Feller, W. (1968). *An Introduction to Probability Theory and Its Applications,* Vol. I, 3rd ed., Wiley, New York.