أسلوب اختبار الفرضية الضبابية المتعلقة بالنسب وتوظيفها في المجالات الصحية

أ.د.محمد صادق عبد الرزاق الباحث ياسر حسن نمر
قسم الإحصاء/ كلية الإدارة والاقتصاد- جامعة بغداد

Abstract : In hypotheses testing, such as other statistical problems, we may confront imprecise concepts. One case is a situation in which both hypotheses and observations are imprecise, this research deals with introducing a method of testing statistical fuzzy hypothesis , related with proportion of measurement of suger in blood for (124) persons. by applying Neyman- Perason theory for testing the fuzzy hypothesis. it is noted that the ratio of the number of injured in the sample is (0.1532) of the total sample , In this paper we definefuzzy sample space, fuzzy-valued random sample , Probability of type I and type II errors,and generalized Neyman–Pearson Lemma fortesting fuzzy hypothesis .

الملخص : إن اختبار الفرضيات كباقي المسائل الإحصائية أذ يجوز لنا مواجهة المفاهيم غير الدقيقة حالة واحدة هي الحالة التي تكون فيها الفرضيات والمشاهدات غير دقيقة, هذا البحث يهتم بتقديم طريقة اختبار الفرضية الإحصائية الضبابية المتعلقة بالنسب ,لعينة عشوائية تمثل قياسات مستوى السكر في الدم من (124) شخصاً, من خلال تطبيق نظرية Neyman_Pearsonلاختبار الفرضية الضبابية , أذ لوحظ إن نسبة عدد المصابين في العينة هو (0.1532) من أجمالي العينة , ويتناول هذا البحث تعريف فضاء العينة الضبابي,العينة العشوائية ذات القيم الضبابية,اختبار الفرضية الضبابية , احتمال الخطأ من النوع الأول والثاني,و تعميم مبرهنة (Neyman – Pearson) لاختبار الفرضية الضبابية .

1- المقدمة

إن نظرية المجموعات الضبابية هي أداة قوية ومعروفة للصياغة وتحليل الحالات غير الدقيقة وغير الموضوعية أذ إن التحليل الدقيق أما صعب أو مستحيل . وأن صنع القرار في الاستدلال الإحصائي التقليدي يستند بالأساس الى بيانات اعتيادية, متغير عشوائي اعتيادي, فرضيات اختبار دقيقة, قواعد اختبار غير مبهمة . كما أن هنالك اختلافاً في الكثير من الحالات التي تكون فيها هذه الافتراضات غير واقعية , لذلك كانت هنالك بعض المحاولات لتحليل هذه الحالات " بنظرية المجموعات الضبابية " , وقد شهدت السنوات الاخيرة توجهات بحثية وتطبيقات مختلفة في مجال نظرية المجموعات الضبابية , التي تناولت الجمع بين الأساليب الإحصائية ونظرية المجموعات الضبابية ,هذه الإعمال سميت بالإحصاءات الضبابية وقد طورت في بعض الفروع منها "اختبار الفرضيات الضبابية" "الانحدار الضبابي" "نظرية بيز الضبابية" "التقدير الضبابي" ونستعرض بعض الأعمال بشكل موجز التي تناولت دراسة اختبار الفرضية الضبابية . (Arnoled 1996) دراسة اختبار فرضية تم صياغتها بشكل غير دقيق مع بيانات دقيقة , وحساب احتمال الخطأ من النوع الأول والثاني وكان الاختبار على معلمة واحدة من التوزيع الاسي.

وقام الباحثان (Taheri & $Behboodin$, 1999) بدراسة اختبار الفرضيات الضبابية مع المشاهدات الاعتيادية , وقدما تعريفات جديدة لاحتمال الخطأ من النوع الأول والثاني tow type error وقد نصا و برهنا ($Neyman\ pearson\ Lemma$) على أساس هذه الأخطاء لاختبار الفرضية الضبابية.
(P. Grzegorzewsk, 2000) اوضح كيفية صياغة اختبار ضبابي لاختبار الفرضية الإحصائية مع بيانات ضبابية وقدم طريقة عامة لبناء الاختبار الضبابي للفرضيات ذات معلمة مجهولة ضد الفرضية البديلة من جانب واحد ومن جانبين.
(Montenegro et al, 2001) دراسة اختبار الفرضيات لعينتين ضبابيتين, وتركز الاختبار على المتوسطات المتعلقة بالمتغير العشوائي المضبب في المجتمعين, (Hamzeh &Behboodin, 2005) اعادة تعريف بعض المفاهيم حول الفرضيات الضبابية وإعطاء نسبة الاحتمال المتسلسل للفرضيات الضبابية مع بيانات ضبابية . اقترح ($Denoeux\ et\ al$, 2005) قيمة ($P - value$) الضبابية للاختبارات اللامعلمية المستندة إلى الرتب الإحصائية للبيانات الأصلية مع بيانات ضبابية ,
يهدف هذه البحث : إلى عرض أسلوب اختبار الفرضية الضبابية المتعلقة بنسبة الإصابة في عينة تتكون من (124) مشاهدة, باستعمال تعميم نظرية (Neyman – Pearson) لاختبار الفرضية الضبابية أذ يتم اختبار الفرضية الضبابية لنسبة الإصابة في العينة قيد الدراسة في حالتين الأولى بالمقارنة مع نسبة الإصابة بالسكري في العراق والثانية مع نسبة الإصابة بالسكري في العالم ويتم المقارنة بين الحالتين بالاعتماد على معيار قوة الاختبار , وتكون الفرضية المراد اختبارها مبنية أو معدة بشكل غير دقيق. وهو مخالف إلى النهج

الكلاسيكي لاختبار الفرضيات أذ تكون جميع المفاهيم دقيقة وواضحة المعالم, لذلك عندما نقدم الضبابية في الفرضيات فإننا نواجة مشاكل جديدة ومثيرة للاهتمام.

تعاريف أساسية وفق نظرية المجموعات الضبابية

2. فضاء العينة الضبابي fuzzy sample space{10, 9}

إن فضاء العينة الضبابي الذي يرمز له بالرمز $\widetilde{\chi}$,هو عباره عن تجزيئات ضبابية إلى المجموعة χ التي تدعى بالسند " *support* " أو فضاء العينة , إلى العينة العشوائيةX . والتي نعرفها رياضيا بالشكل الآتي :

$$[\chi = (x \in \mathbb{R}\,| f(x) > 0]$$

أو بمعنى أخر , هو مجموع للمجاميع الجزئية الضبابية $\widetilde{x}$ للمجموعة χ التي تكون فيه دالة الانتماء , هي مقياس بوريل Boral measurabe وتحقق القيد التعامدي (Orthogonality constraint) :

$$\sum_{\widetilde{x}\in\widetilde{\chi}} \mu_{\widetilde{x}}(x) = 1 \qquad , \forall x \in \chi$$

3.العينة العشوائية ذات القيم الضبابية$FVRS${10, 9}

إن العينة العشوائية ذات القيم الضبابية :

$$\widetilde{X} = (\widetilde{X}_1, \widetilde{X}_2, \dots, \widetilde{X}_n)$$

بحجم n والمرتبطة بدالة كثافة احتمالية $f(x)$, مع أي فضاء عينة ضبابي للمجموعة χ , هي دالة قابلة للقياس $measurable\ function$ من :

$$\Omega \longrightarrow \widetilde{\chi}^n = \widetilde{\chi} \times \dots \times \widetilde{\chi}$$

أذ أن Ω فضاء احتمالي , وبدالة كثافة احتمالية تعطى بالشكل الآتي:

$$f(\widetilde{x}_1, \dots, \widetilde{x}_n) = P(\widetilde{X} = \widetilde{x}) = \int_{\chi^n} \prod_{i=1}^{n} \mu_{\widetilde{x}_i}(x_i) f(x_i) dv(x_i)$$

وبسبب الاستقلالية , بالاستناد إلى نظرية " $fubini's\ theorm${7} ,pp 233-234 " نحصل على :

$$f(\widetilde{x}_1, \dots, \widetilde{x}_n) = f(\widetilde{x}_1) \dots f(\widetilde{x}_n), \quad \forall \widetilde{x}_i \in \widetilde{\chi}$$

إذ أن

$$f(\widetilde{x}_i) = \int_{\chi} \mu_{\widetilde{x}_i}(x_i) f(x_i) dv(x_i),$$

وأن $f(\widetilde{x}_i)$,هي دالة كثافة احتمالية للمتغير العشوائي ذي القيم الضبابية $FVRS$في الحقيقة إن $f(\widetilde{x}_i)$ هي دالة كثافة احتمالية معرفة على فضاء العينة المضبب $\widetilde{\chi}$, بسبب الخاصية التعامدية للدوال الانتماء $\mu_{\widetilde{x}_i}$'s .

ولتوضيح ذلك نأخذ :

$$\sum_{\widetilde{x}_i\in\widetilde{\chi}} f(x_i) = \sum_{\widetilde{x}_i\in\widetilde{\chi}} \int_{\chi} \mu_{\widetilde{x}_i}(x) f(x) dv(x)$$

$$= \int_{\chi} f(x) \left(\sum_{\widetilde{x}_i\in\widetilde{\chi}} \mu_{\widetilde{x}_i}(x) \right) dv(x)$$

$$= \int_{\chi} f(x) dv(x) = 1$$

3.1 نظرية ($Theorem$)

أذا كان لدينا دالة قابلة للقياس ولتكن g بحيث أن{10, 9} :

$$g : \chi^n \longrightarrow \mathbb{R}$$

فان المتغير العشوائي $y = g(\widetilde{X})$, هو متغير عشوائي اعتيادي وما يترتب على هذا الكلام هو أمكانية تعريف واستخدام كل المفاهيم ذات الصلة بالمتغيرات العشوائية كالتوقع والتباين .. الخ.

3.2نظرية ($Theorem$)

لنفرض أن $\widetilde{X}$ عينة عشوائية ذات قيم مضببة بفضاء عينة مضبب $\widetilde{\chi}^n$, وأن ($g : \widetilde{\chi}^n \longrightarrow \mathbb{R}$) فإن توقع الدالة $g(\widetilde{X})$ سيكون {10, 9}:

$$E\{g(\widetilde{X})\} = \sum_{\widetilde{x}\in\widetilde{\chi}^n} g(\widetilde{X})\, f(\widetilde{x})$$

4. اختبار الفرضية الضبابية ($Fuzzy\ hypothesis\ testing$)

عند اختبار الفرضية الإحصائية سواءاً كانت هذه الفرضية بسيطة عن معلمة التوزيع أو فرضية مركبة تعتمد نظرية نيمان أو نسبة الارجحية العظمى للوصول إلى أفضل مجال ممكن يعتمد على مشاهدات العينة لاتخاذ قرار أما القبول أو الرفض لهذه الفرضية , في حالة الفرضية الضبابية فان أي فرضية تكون بالشكل{10, 9, 8} :

$$H: \theta\ is\ H(\theta)$$

وأن $[H(\theta)]$, هي دالة انتماء ($Membership\ Function$) على فضاء المعلمة Θ أي أنها دالة من :

$$\{\Theta \text{ to } [0,1]\}$$

تسمى فرضية ضبابية , على سبيل المثال لنفرض إن θ معلمة لتوزيع برنولي وافرض الدالة الآتية :

$$H(\theta) = \begin{cases} 2\theta & 0 < \theta < 1/2 \\ 2 - 2\theta & 1/2 < \theta < 1 \end{cases}$$

إن الفرضية $H{:}\theta \text{ is } H(\theta)$ هي فرضية ضبابية وهذا يعني إن θ مايقارب $1/2$.

في اختبار الفرضية الضبابية مع بيانات ضبابية فإن المشكلة الرئيسية هي اختبار الفرضية الأتية:

$H_0 : \theta\ is\ H_0(\theta)$

$H_1 : \theta\ is\ H_1(\theta)$

على أساس $\widetilde{X} = (\widetilde{X}_1, \dots, \widetilde{X}_n)$ عينة عشوائية ذات قيم ضبابية هي $\tilde{x} = (\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n)$ وبدالة كثافة احتمالية تُعرف على النحو الآتي :

$$f(\tilde{x}, \theta) = \int \mu_{\tilde{x}}(x) f(x, \theta)\, dx$$

من المعلوم إن قبول الفرضية H_0 أو رفضها يمثل نتيجة لاتخاذ قرار بين الفرضية H_0 وبديل اخر لها ,إن البديل الاخر إلى H_0 يسمى بالفرضية البديلة ويرمز لها بالرمز H_1 وبشكل عام يمكن القول بان لأي اختبار إحصائي توجد فرضيتان H_0 و H_1 وان الاهتمام يكون منصب على اختبار الفرضية H_0 .

5. دالة الاختبار الضبابية {10, 9}($Fuzzy\ test\ function$)

إن اختبار الفرضيات الضبابية مماثل إلى اختبار الفرضيات الكلاسيكي بمعنى أنه يجب علينا إعطاء دالة اختبار ضبابية.

لنفرض أن $\Phi(\widetilde{X})$دالة قابلة للقياس على فضاء العينة المضبب $\tilde{\chi}^n$أي أنها دالة من :

$$\tilde{\chi}^n\ to\ [0,1]$$

استناداً إلى قياسات عينة عشوائية ذات قيم مضببة وبدالة كثافة احتمالية $f(\tilde{x}, \theta)$ أي أن $\Phi(\widetilde{X})$ هي دالة اختبار ضبابي تمثل احتمال رفض الفرضية (H_0) وان قوة دالة الاختبار $power\ function$ لها تعطى بالشكل الآتي :

$$\beta_\Phi(\theta) = E[\Phi(\widetilde{X})]$$

وباستعمال النظرية (3.2) يمكن حساب قوة الدالة $\beta_\Phi(\theta)$ على النحو الأتي :

$$\beta_\Phi(\theta) = E[\Phi(\widetilde{X})] = \sum_{\chi^n} \Phi(\widetilde{X})\, f(\tilde{x}, \theta)$$

6. احتمال الخطأ من النوع الأول والثاني

يعرف الخطأ من النوع الأول بأنه الخطأ الحاصل بسبب رفض H_0 عندما تكون صحيحة .في حين يعرف الخطأ من النوع الثاني بأنه الخطأ الحاصل بسبب قبول H_0 عندما تكون خاطئة.

وعلية فإن احتمال الخطأ من النوع الأول والثاني ($Type\ I\ Error$) لدالة الاختبار الضبابي $\Phi(\widetilde{X})$ على التوالي بالشكل الآتي {9}:

$$\alpha_\Phi = \left(1/_{\mathrm{M}}\right) \int_\Theta \mathrm{H_0}(\theta) E_\theta[\Phi(\widetilde{X})]\, d\theta \qquad \& \qquad M = \int_\Theta H_0(\theta)\, d\theta < \infty$$

$$\beta_\Phi = \left(1/_{\mathrm{N}}\right) \int_\Theta \mathrm{H_1}(\theta) \left[1 - \mathrm{E}_\theta[\Phi(\widetilde{X})]\right] d\theta \quad \& N = \int_\Theta H_1(\theta) d\theta < \infty$$

7. مبرهنة ($Neyman - Perason$) لاختبار الفرضية الضبابية مع بيانات غامضة.

7.1 نظرية {9}($Theorm$) : لنفرض أن

$$\widetilde{X} = (\widetilde{X}_1, \dots, \widetilde{X}_n)$$

تمثل عينة عشوائية ذات قيم ضبابية هي :

$$\tilde{x} = (\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n)$$

وبدالة احتمالية $f(\tilde{x};\theta)$ و θ معلمة مجهولة $(unknown\ parameter)$ لاختبار الفرضية الضبابية:

$$\begin{cases} H_0: \theta\ is\ H_0(\theta) \\ H_1: \theta\ is\ H_1(\theta) \end{cases}$$

(a) أي اختبار ضبابي لدالة الاختبار

$$\Phi(\tilde{x}) = \begin{cases} 1 & if \quad \tilde{H}_1(\tilde{x})/\tilde{H}_0(\tilde{x}) > K \\ \delta(\tilde{x}) & if \quad \tilde{H}_1(\tilde{x})/\tilde{H}_0(\tilde{x}) = K \\ 0 & if \quad \tilde{H}_1(\tilde{x})/\tilde{H}_0(\tilde{x}) < K \end{cases} \quad ..(1)$$

لكل $(K \geq 0)$, $(0 \leq \delta(\tilde{x}) \leq 1)$.هو الاختبار الضبابي الأكثر قوة $(MP\ fuzzy\ test)$ بحجم α , أذ أن ,

$$\alpha = \alpha_\Phi$$

وأن

$$\tilde{H}_0(\tilde{x}) = \int_\Theta H_0(\theta) f(\tilde{x};\theta)\, d\theta$$

$$\tilde{H}_1(\tilde{x}) = \int_\Theta H_1(\theta) f(\tilde{x};\theta)\, d\theta$$

■ أذا كانت $(K = \infty)$ فأن الاختبار الضبابي $(The\ fuzzy\ test)$:

$$\Phi(\tilde{x}) = \begin{cases} 1 & if \quad \tilde{H}_0(\tilde{x}) = 0 \\ 0 & if \quad \tilde{H}_0(\tilde{x}) > 0 \end{cases} \quad ..(2)$$

هو الاختبار الضبابي الأكثر قوة بحجم صفر.

(b)لكل $0 \leq \alpha \leq 1$, هنالك اختبار ضبابي للدالة الاختبار $\Phi(\tilde{X})$ للحالة (1)أو (2) , مع $\delta(\tilde{x}) =$ $\delta\ (constant)$, لكل $(\alpha_\Phi = \alpha)$

برهان النظرية $\{9\}$:

(a)ناخذ $(\alpha_\Phi = \alpha)$, ومن ثم

$$(1/M)\int_\Theta H_0(\theta) E_\theta[\Phi(\tilde{x})] d\theta = \alpha$$

نفرض أن $\Phi^*(\tilde{x})$ أي دالة اختبار ضبابي بمستوى معنوية α , أي أن :

$$(1/M)\int_\Theta H_0(\theta) E_\theta[\Phi^*(\tilde{x})] d\theta \leq \alpha$$

يجب أن نبرهن أن $\beta^*_\Phi \geq \beta_\Phi$ لذلك نفرض أن :

$$\tilde{A} = \left\{ \tilde{X} \middle| \frac{\tilde{H}_1(\tilde{X})}{\tilde{H}_0(\tilde{X})} > k \right\} \quad \forall\, \tilde{X} \in \tilde{A}, \tilde{X} \notin \tilde{A}$$

إذ أن

$$[\Phi(\tilde{X}) - \Phi^*(\tilde{X})][\tilde{H}_1(\tilde{X}) - k\tilde{H}_0(\tilde{X})] \geq 0,$$

أو

$$[\Phi(\tilde{X}) - \Phi^*(\tilde{X})][\int_\Theta H_1(\theta) f(\tilde{x};\theta) d\theta - k\int_\Theta H_0(\theta) f(\tilde{x};\theta) d\theta] \geq 0$$

لذلك

$$\sum_{\tilde{\chi}^n} \Phi(\tilde{X})[\int_\Theta H_1(\theta) f(\tilde{x};\theta) d\theta] - \sum_{\tilde{\chi}^n} \Phi^*(\tilde{X})[\int_\Theta H_1(\theta) f(\tilde{x};\theta) d\theta]$$

$$\geq k[\sum_{\tilde{\chi}^n} \Phi(\tilde{X})\,[\int_{\Theta} H_0(\theta)f(\tilde{x};\theta)d\theta] - \sum_{\tilde{\chi}^n} \Phi^*(\tilde{X})[\int_{\Theta} H_0(\theta)f(\tilde{x};\theta)d\theta]]$$

وباستخدام ($Fubini's\ Theorem(Billingsley\ 1995,\{7\}$) بسبب ايجابية التكاملات والنظرية (3.2) سيكون :

$$\int_{\Theta} H_1(\theta)[E_\theta(\Phi(\tilde{x})) - E_\theta(\Phi^*(\tilde{x}))]d\theta$$
$$\geq k\int_{\Theta} H_0(\theta)[E_\theta(\Phi(\tilde{x})) - E_\theta(\Phi^*(\tilde{x}))]d\theta$$

إن الحد الأيمن غير سالب , لما كانت $\alpha_\Phi^* \leq \alpha_\Phi = \alpha$ و (M)موجبة , لذلك يكون الحد الأيسر غير سالب و, (N) موجبة يحقق $\beta_\Phi^* \geq \beta_\Phi$.

■**ألان نفرض حالة ($k = \infty$) في هذه الحالة نأخذ :**

$$\alpha_\Phi = (1/M)\int_{\Theta} H_0(\theta)p(\tilde{H}_0(\tilde{x}) = 0)d\theta$$
$$= (1/M)\int_{\Theta} H_0(\theta)\sum_{\tilde{\chi}^n} I_{\{0\}}\,[\int_{\Theta} H_0(\theta)f(\tilde{x};\theta)d\theta] \times f(\tilde{x};\theta)d\theta$$
$$= (1/M)\sum_{\tilde{\chi}^n} I_{\{0\}}[\int_{\Theta} H_0(\theta)f(\tilde{x};\theta)d\theta]\int_{\Theta} H_0(\theta)f(\tilde{x};\theta)d\theta = 0,$$

إذ أن

$$I_{\{0\}}[\int_{\Theta} H_0(\theta)f(\tilde{x};\theta)d\theta] \times \int_{\Theta} H_0(\theta)f(\tilde{x};\theta)d\theta = 0,$$

■**ليكن Φ^* أي اختبار ضبابي بحجم صفر . ولنفرض أن**

$$\tilde{A} = \{\tilde{X}|\tilde{H}_0(\tilde{X}) = 0\} \quad \forall\, \tilde{X} \in \tilde{A}\,, \tilde{X} \notin \tilde{A}$$

يمكن أن نبين أن :

$$[\Phi(\tilde{X}) - \Phi^*(\tilde{X})] \geq 0,$$

لذا

$$\beta_{\Phi^*} - \beta_\Phi = (1/N)\int_{\Theta} H_1(\theta)\left[1 - E_\theta\left(\Phi^*(\tilde{X})\right)\right]d\theta$$
$$-(1/N)\int_{\Theta} H_1(\theta)\left[1 - E_\theta\left(\Phi(\tilde{X})\right)\right]d\theta$$
$$= (1/N)\int_{\Theta} H_1(\theta)\left[E_\theta\left(\Phi(\tilde{X})\right) - E_\theta\left(\Phi^*(\tilde{X})\right)\right]d\theta \geq 0$$

(b) نناقش فقط حالة ($0 < \alpha \leq 1$) , أن الاختبار الضبابي الأقوى بحجم صفر معطى في (2) . وأن حجم ألاختبار في الشكل (1) هو α , لذلك نأخذ :

$$(1/M)\int_{\Theta} H_0(\theta)E_\theta[\Phi(\tilde{x})]d\theta = \alpha$$

نبرهن أن (δ) في (1) , أذ أن ($\alpha_\Phi = \alpha$). باستعمال نظرية (3.2) نأخذ :

$$\alpha_\Phi = (1/M)\int_{\Theta} H_0(\theta)E_\theta\left(\Phi(\tilde{X})\right)d\theta$$
$$= (1/M)\int_{\Theta} H_0(\theta)P_\theta(\tilde{H}_1(\tilde{X})/\tilde{H}_0(\tilde{X}) > k)d\theta$$
$$+(\delta/M)\int_{\Theta} H_0(\theta)P_\theta(\tilde{H}_1(\tilde{X})/\tilde{H}_0(\tilde{X}) = k) = \alpha \qquad ..(3)$$

أذا كان (k_0) موجود بحيث أن :

$$(1/\mathrm{M})\int_{\Theta} H_0(\theta)P_\theta\big(\widetilde{H}_1(\widetilde{X})/\widetilde{H}_0(\widetilde{X})>k_0\big)=\alpha$$

من ثمنأخذ $(\delta=0\ ,k=k_0)$.عدا ذلك ,نعرف متغير عشوائي (y) أذ أن :

$$y=\Big(\widetilde{H}_1(\widetilde{X})/\widetilde{H}_0(\widetilde{X})\Big)$$

الواضح أن Y متغير عشوائي ذي قيم حقيقية $real\_valud\ RV$ معرفة من :

$$\widetilde{\chi}^n\longrightarrow R$$

وأن $\big(P_\theta(y>k)\big)$ هي دالة غير متزايدة والمستمرة من اليمين في k , $(\forall\ \theta\in\Theta)$,لذا وبسبب ايجابية $\big(M\ ,H_0(\theta)\big)$, فأن :

$$(1/\mathrm{M})\int_{\Theta} H_0(\theta)P_\theta(y>k)d\theta$$

هي غير متزايدة والمستمر من اليمين في k . من ثم يوجد k_0 بحيث أن :

$$(1/\mathrm{M})\int_{\Theta} H_0(\theta)P_\theta(y>k_0)d\theta<\alpha<(1/\mathrm{M})\int_{\Theta} H_0(\theta)P_\theta(y\geq k_0)d\theta$$

لذا في هذه الحالة نأخذ :

$$\delta=\frac{\alpha-(1/\mathrm{M})\int_\Theta H_0(\theta)P_\theta(y>k_0)d\theta}{(1/\mathrm{M})\int_\Theta H_0(\theta)P_\theta(y=k_0)d\theta}\ ..(3)$$ يحقق

8. خطوات اختبار الفرضية الضبابية

ليكن $X=(X_1,X_2,\ldots\ldots,X_n)$ عينة عشوائية مسحوبة من مجتمع يتوزع توزيع برنولي بدالة احتمالية هي :

$$f(\mathrm{x})=\theta^x(1-\theta)^{1-x}\quad x=0,1\ ,\theta>0$$

ونريد اختبار الفرضية الضبابية

$$\begin{cases}H_0:\theta\ \ H_0(\theta)\\ H_1:\theta\ \ H_1(\theta)\end{cases}$$

يمكن تلخيص خطوات اختبار الفرضية الضبابية بالشكل الآتي :

الخطوة الأولى

حساب دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية بتطبيق الصيغة الأتي :

$$f(\widetilde{x}_1,\ldots,\widetilde{x}_\mathrm{n};\theta)=\sum_{x_i=0}^{1}\prod_{i=1}^{n}\mu_{\widetilde{x}_i}(x_i)f(x_i)$$

$$=\sum_{x_1=0}^{1}\ldots\sum_{x_\mathrm{n}=0}^{1}\mu_{\widetilde{x}_1}(x_1)\ldots\mu_{\widetilde{x}_\mathrm{n}}(x_\mathrm{n})f(x_1,\ldots,x_\mathrm{n})$$

$$=\left[\sum_{x_1=0}^{1}\mu_{\widetilde{x}_1}(x_1)\theta^{x_1}(1-\theta)^{1-x_1}\right]\times\ldots\times\left[\sum_{x_\mathrm{n}=0}^{1}\mu_{\widetilde{x}_\mathrm{n}}(x_\mathrm{n})\theta^{x_\mathrm{n}}(1-\theta)^{1-x_\mathrm{n}}\right]$$

$$=\prod_{\mathrm{i}=1}^{n}[\mu_{\widetilde{x}_i}(0)(1-\theta)+\mu_{\widetilde{x}_\mathrm{n}}(1)\ \theta]$$

الخطوة الثانية

نفرض أن

$$a_i=\mu_{\widetilde{x}_i}(0)\ ,b_i=\mu_{\widetilde{x}_i}(1)$$

فتكون دالة الكثافة الاحتمالية بالشكل الآتي :

$$f(\widetilde{X};\theta)=\prod_{i=1}^{n}[a_i(1-\theta)+b_i\,\theta]\;=\sum_{i=0}^{n}c_i\theta^{i}(1-\theta)^{n-i}$$

إذ أن

$$c_i=\sum_{[(d_1,\dots d_n)|d_j=a_j \text{ or } b_j,\; j=1,\dots,n,\#(b_j)=i]}\prod_{j=1}^{n}d_j$$

إن متوسطات $\#(b_j)$ هي عباره عن الارقام $b_j's$ المساوية الى (i) على سبيل المثال أذا كان

$$(\#(b_j)=0)$$

فإن

$$c_0=a_1\times a_2\times\dots\times a_n$$

الخطوة الثالثة

بالاستناد إلى $f(\widetilde{X};\theta)$ في الخطوة الثانية نحصل على :

$$\widetilde{H}_j(\widetilde{X})=\int_{\Theta}H_j(\theta)[\sum_{i=0}^{n}c_i\theta^{i}(1-\theta)^{n-1}]d\theta=\sum_{i=0}^{n}c_i\int_{\Theta}H_j(\theta)\theta^{i}(1-\theta)^{n-i}d\theta\; j=0,1$$

وحسب نظرية (7.1) فان الاختبار الضبابي الأكثر قوة هو :

$$\Phi(\widetilde{X})\;=\begin{cases}1\left[\sum_{i=0}^{n}c_i\int_{\Theta}H_1(\theta)\theta^{i}(1-\theta)^{n-i}d\theta\Big/\sum_{i=0}^{n}c_i\int_{\Theta}H_0(\theta)\theta^{i}(1-\theta)^{n-i}d\theta\right]>k\\ \delta\left[\sum_{i=0}^{n}c_i\int_{\Theta}H_1(\theta)\theta^{i}(1-\theta)^{n-i}d\theta\Big/\sum_{i=0}^{n}c_i\int_{\Theta}H_0(\theta)\theta^{i}(1-\theta)^{n-i}d\theta\right]=k\\ 0\left[\sum_{i=0}^{n}c_i\int_{\Theta}H_1(\theta)\theta^{i}(1-\theta)^{n-i}d\theta\Big/\sum_{i=0}^{n}c_i\int_{\Theta}H_0(\theta)\theta^{i}(1-\theta)^{n-i}d\theta\right]<k\end{cases}$$

نحدد الاختبارات الأكثر قوة (Φ_i) مع المناطق الحرجة (C_i) لكل الحالات الممكنة ومن ثم حساب احتمال الخطأ من النوع الأول والثاني (β_Φ,α_Φ) وقوة الاختبار $power\ test$ لكل حاله .

وطبقاً للفرضية الضبابية ودوال الانتماء الخاصة بها يكون الاختبار معنوياً أذا كان وفقط كان (iff) :

$$\alpha_\Phi\le\alpha\;\in\;[0,1]$$

والاختبار الأكثر قوة $Most\ Power\ Test$ لكل دالة اختبار ضبابي $\Phi(\tilde{x})$ لمستوى معنوي α أذا كان :

$$\beta_\Phi\le\beta^*_\Phi\qquad\forall\;\Phi^*$$

9. الجانب التطبيقي

تم الحصول على البيانات لهذا الدراسة من مستشفى الكاظمية التعليمي / شعبة التحليلات المرضية , وهي تمثل قياسات السكر في الدم لعينة عشوائية من (124) شخصاً . " الجدول $(1-1)$ " أذ لوحظ أن عدد الأشخاص المصابين هو (19) شخص من مجموع العينة, لذلك فان نسبة الإصابة في العينة تساوي (0.1532) . إن كل مفردة في العينة هي تتبع توزيع برنولي(Bernolli Distribution) لان الشخص أما مصاب أو غير مصاب فأن التوزيع الرياضي الملائم في هذه الحالة هو {2} :

$$f(\mathrm{x})=\theta^{x}(1-\theta)^{1-x}\quad x=0,1\qquad,\theta>0$$

الجدول $(1-1)$ يوضح قياسات السكر بوحدات (ملليجرام / 100سم3)

رقم المشاهدة	الجنس	قياسات السكر بالدم	رقم المشاهدة	الجنس	قياسات السكر بالدم
1	M	101	57	F	81
2	M	98	58	F	111
3	F	174	59	F	207
4	M	191	60	F	161

113	F	61	84	M	5
292	F	62	92	F	6
91	M	63	103	F	7
104	F	64	84	F	8
86	M	65	101	F	9
97	F	66	183	M	10
96	F	67	98	M	11
306	M	68	96	F	12
109	F	69	106	F	13
83	M	70	186	F	14
111	M	71	169	M	15
106	F	72	100	M	16
101	F	73	88	M	17
101	F	74	96	F	18
259	F	75	85	F	19
96	M	76	90	M	20
104	M	77	102	M	21
111	F	78	92	F	22
173	M	79	98	M	23
235	M	80	103	M	24
90	F	81	97	F	25
114	M	82	84	F	26
94	F	83	90	F	27
101	M	84	105	F	28
106	M	85	100	M	29
287	M	86	95	M	30
99	F	87	84	M	31
91	M	88	103	F	32
103	M	89	101	F	33
86	M	90	94	F	34
105	F	91	88	M	35
101	M	92	106	F	36
98	M	93	109	M	37
82	M	94	113	F	38
318	M	95	94	M	39
86	F	96	103	F	40
101	M	97	91	M	41
94	F	98	98	M	42
82	M	99	84	M	43
103	M	100	102	M	44
167	M	101	87	M	45
96	M	102	110	M	46

90	M	103	101	M	47
181	M	104	91	M	48
107	M	105	97	M	49
101	F	106	105	M	50
95	M	107	83	F	51
82	M	108	97	M	52
91	F	109	104	F	53
88	F	110	178	M	54
96	F	111	87	F	55
196	F	112	97	M	56

104	M	119	82	M	113
104	M	120	96	F	114
365	M	121	96	M	115
101	F	122	112	F	116
84	M	123	101	M	117
91	M	124	93	F	118

سيتم اختبار الفرضية الضبابية حسب الحالتين الأ تيين :

9.1اختبار الفرضية الضبابية بالاستناد إلى نسبة الإصابة في العراق

إن نسبة المرضى المصابين بالسكر في العينة العشوائية تساوي (0.1532) فتكون الفرضية:

$$\begin{cases} H_0: \theta \approx \theta_0 = 0.1532 \\ H_1: \theta \approx \theta_1 = 0.8468 \end{cases}$$

أذا أن (0.8468) هي نسبة المرضى غير المصابين . وان دوال الانتماء للفرضية أعلاه الخاصة بتوزيع برنولي {9} هي :

$$H_0(\theta) = \theta^{A_0}(1-\theta)\ , \qquad \theta \in (0,1)$$
$$H_1(\theta) = \theta(1-\theta)^{A_1}\ , \qquad \theta \in (0,1)$$

أذا أن

$$A_0 = \frac{1-0.1532}{0.1532} \& A_1 = \frac{0.8468}{1-0.8468}$$

وأن

$$[M = \int H_0(\theta)d\theta \ \& \ N = \int H_1(\theta)d\theta] = 0.020352271$$

واستناداً إلى اثنين من البيانات الضبابية ($\tilde{x}_I, \tilde{x}_{II}$) (هي مجموعات جزئية مضببة من($\chi = \{0,1\}$))
أذ أن $\tilde{x}_I$ " يمثل نسبة الإصابة بمرض السكري" $\tilde{x}_{II}$& " يمثل نسبة عدم الإصابة بمرض السكري"
وأن دالة الانتماء لكل من ($\tilde{x}_I, \tilde{x}_{II}$) استناداً إلى نسبة الإصابة بمرض السكر في العراق {المصدر: وزارة الصحة / مركز الغدد الصم والسكري }2013ستكون بالشكل الآتي :

$$\mu_{\tilde{x}_I}(x) = \begin{cases} 0.12 & , \ x = 0 \\ 0.88 & , \ x = 1 \end{cases}$$
$$\mu_{\tilde{x}_{II}}(x) = \begin{cases} 0.88 & , \ x = 0 \\ 0.12 & , \ x = 1 \end{cases}$$

1. نحسب الدالة الاحتمالية الضبابية بالشكل الآتي :

$$f(\tilde{x}_1, \ldots, \tilde{x}_n; \theta) = \sum_{x_i=0}^{1} \prod_{i=1}^{n} \mu_{\tilde{x}_i}(x_i) f(x_i)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} [\mu_{\tilde{x}_i}(0)(1-\theta) + \mu_{\tilde{x}_n}(1)\,\theta]$$

2. نفرض أن" $a_i = \mu_{\tilde{x}_i}(0)\,, b_i = \mu_{\tilde{x}_i}(1)$ " نحصل على :

$$a_i = \begin{cases} 0.12 & , \ \tilde{x}_i = \tilde{x}_I \\ 0.88 & , \ \tilde{x}_i = \tilde{x}_{II} \end{cases}$$

$$b_i = \begin{cases} 0.88 & , \ \tilde{x}_i = \tilde{x}_I \\ 0.12 & , \ \tilde{x}_i = \tilde{x}_{II} \end{cases}$$

فتكون دالة الاحتمالية الضبابية لعينة بحجم $(n = 3)$ على النحو الآتي :

$$f(\tilde{X};\theta) = \prod_{i=1}^{3} [a_i(1-\theta) + b_i\,\theta]$$

$$= \sum_{i=0}^{3} c_i \theta^{i} (1-\theta)^{3-i}$$

والجدول $(2-1)$في أدناهيبين قيم c_i ودالة $f(\tilde{X};\theta)$ لكل حالة :

الجدول $(2-1)$ يوضح الدالة الاحتمالية $f(\tilde{x};\theta)$ وقيم c_i

	No. of $\tilde{x}_i$'s	c_0	c_1	c_2	c_3	$f(\tilde{x};\theta)$
1	0	0.681472	0.278784	0.038016	0.001728	$0.681472 - 1.7656632\theta + 1.524864\theta^2 - 0.4389760\theta^3$
2	1	0.092928	0.706816	0.187584	0.012672	$0.278784 + 1.2840960\theta - 2.841792\theta^2 + 1.3169280\theta^3$
3	2	0.012672	0.187584	0.706816	0.092928	$0.038016 + 0.4487040\theta + 0.108992\theta^2 - 1.3169280\theta^3$
4	3	0.001728	0.038016	0.278784	0.681472	$0.001728 + 0.0328320\theta + 0.207936\theta^2 + 0.4389760\theta^3$

3. نطبق الصيغة :

$$\widetilde{\mathrm{H}}_j(\widetilde{X}) = \sum_{i=0}^{3} c_i \left[\int_{\Theta} H_j(\theta)\theta^i(1-\theta)^{3-i} d\theta \right] \quad ,j = 0,1$$

نحصل على النتائج المبنية في الجدول الأتي :

الجدول $(3-1)$ يوضح قيم إحصاءه $(Neyman - Perason)$

	$\widetilde{H}_0(\tilde{x})$	$\widetilde{H}_1(\tilde{x})$	$\widetilde{H}_1(\tilde{x})/\widetilde{H}_0(\tilde{x})$
$1(\tilde{x}_{II},\tilde{x}_{II},\tilde{x}_{II})$	0.0007551230958	0.007482720073	9.909271898
$2(\tilde{x}_{I},\tilde{x}_{II},\tilde{x}_{II})$	0.003830313716	0.008284113962	2.162776884
$3(\tilde{x}_{I},\tilde{x}_{I},\tilde{x}_{II})$	0.008284113561	0.003830314007	0.462368602
$4(\tilde{x}_{I},\tilde{x}_{I},\tilde{x}_{I})$	0.007482720627	0.0007551229591	0.100915562

وبموجب نظرية 7.1 $(Neyman\ Pearson)$ فان الاختبار الأكثر قوة هو :

$$\Phi(\tilde{x}) = \begin{cases} 1 & if \quad \widetilde{\mathrm{H}}_1(\tilde{x})/\widetilde{\mathrm{H}}_0(\tilde{x}) > K \\ \delta & if \quad \widetilde{\mathrm{H}}_1(\tilde{x})/\widetilde{\mathrm{H}}_0(\tilde{x}) = \mathrm{K} \\ 0 & if \quad \widetilde{\mathrm{H}}_1(\tilde{x})/\widetilde{\mathrm{H}}_0(\tilde{x}) < K \end{cases}$$

نحدد الاختبارات الأكثر قوة (Φ_i) مع مناطق الحرجة (C_i) لكل الحالات الممكنة $(i=$ $1,2,\ldots,16)$ ونحسب احتمال الخطأ من النوع الأول والثاني وقوة الاختبار Power test لكل حالة والنتائج مبنية في الجدول $(4-1)$ الأتي :

الجدول $(4-1)$ يوضح احتمال الخطأ من النوع II, I وقوة الاختبار لكل منطقه حرجة

critical regin	α_{Φ}	β_{Φ}	*power test*
$C_{1=(\emptyset)}$	0	1	0
$C_{2=(1)}$	0.037102645	0.632339797	0.367660203
$C_{3=(2)}$	0.188200801	0.592963656	0.407036344
$C_{4=(3)}$	0.407036323	0.811799184	0.188200816
$C_{5=(4)}$	0.367660229	0.962897361	0.037102638
$C_{6=(1,2)}$	0.225303447	0.225303454	0.774696546
$C_{7=(1,3)}$	0.444138968	0.444138981	0.555861019
$C_{8=(1,4)}$	0.404762875	0.595237158	0.404762842
$C_{9=(2,3)}$	0.595237125	0.404762841	0.595237159
$C_{10=(2,4)}$	0.555861031	0.555861018	0.444138982
$C_{11=(3,4)}$	0.774696552	0.774696545	0.225303455
$C_{12=(1,2,3)}$	0.63233977	0.037102638	0.962897362
$C_{13=(1,2,4)}$	0.592963676	0.188200815	0.811799185
$C_{14=(1,3,4)}$	0.811799198	0.407036343	0.592963657
$C_{15=(2,3,4)}$	0.962897354	0.367660202	0.632339798
$C_{16=(1,2,3,4)}$	1	0	1

نلاحظ أن المنطقة الحرجة C_2 تحقق الاختبار بمستوى معنوية (0.05) وان احتمال الخطأ من النوع الأول والثاني للمنطقة الحرجة C_2 في الجدول أعلاه تم حسابه على النحو الأتي :

$$\alpha_{\Phi_2} = \frac{0.0007551230958}{M = 0.020352271} = 0.037102645$$

$$\beta_{\Phi_2} = 1 - \frac{0.007482720073}{N = 0.020352271} = 0.632339797$$

Power test = 1-β_{Φ_2}= 0.367660233

الاختبار معنوي إذ أن احتمال الخطأ من النوع الأول للمنطقة الحرجة C_2 سيكون :

$$\alpha_{\Phi_2} = 0.03710 \leq (\alpha = 0.05)$$

لذلك تكون نسبة الإصابة بمرض السكري تكون اكبر في المجتمع المسحوبة منه العينة .

9.2 اختبار الفرضية الضبابية بالاستناد إلى نسبة الإصابة العالمية

الفرضية المطلوب اختبارها هي :

$$\begin{cases} H_0: \theta \approx \theta_0 = 0.1532 \\ H_1: \theta \approx \theta_1 = 0.8468 \end{cases}$$

مع دوال الانتماء :

$$H_0(\theta) = \theta^{A_0}(1-\theta) \quad , \theta \in (0,1)$$

$$H_1(\theta) = \theta(1-\theta)^{A_1} \quad , \theta \in (0,1)$$

وأن دالة الانتماء لكل من $(\tilde{x}_I, \tilde{x}_{II})$ استناداً الى نسبة الإصابة بمرض السكر في العالم {المصدر: الاتحاد الدولي للسكري 2013} هي :

$$\mu_{\tilde{x}_{\mathrm{I}}}(x) = \begin{cases} 0.083 & , \quad x = 0 \\ 0.917 & , \quad x = 1 \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{x}_{\mathrm{II}}}(x) = \begin{cases} 0.917 & , \quad x = 0 \\ 0.083 & , \quad x = 1 \end{cases}$$

1. نحسب الدالة الاحتمالية الضبابية على النحو الآتي :

$$f(\tilde{x}_1,\dots,\tilde{x}_{\mathrm{n}};\theta) = \sum_{x_i=0}^{1}\prod_{i=1}^{n}\mu_{\tilde{x}_i}(x_i)f(x_i) = \prod_{\mathrm{i}=1}^{n}[\mu_{\tilde{x}_i}(0)(1-\theta)+\mu_{\tilde{x}_{\mathrm{n}}}(1)\,\theta]$$

2. نفرض أن" $a_i = \mu_{\tilde{x}_i}(0)$, $b_i = \mu_{\tilde{x}_i}(1)$ " نحصل على :

$$a_i = \begin{cases} 0.083 & , \quad \tilde{x}_i = \tilde{x}_I \\ 0.917 & , \quad \tilde{x}_i = \tilde{x}_{II} \end{cases}$$

$$b_i = \begin{cases} 0.917 & , \quad \tilde{x}_i = \tilde{x}_I \\ 0.083 & , \quad \tilde{x}_i = \tilde{x}_{II} \end{cases}$$

فتكون دالة الاحتمالية الضبابية لعينة $(n = 3)$ على النحو الأتي :

$$f(\tilde{\mathrm{X}};\theta) = \prod_{\mathrm{i}=1}^{3}[a_i(1-\theta)+b_i\,\theta]$$

والنتائج مبنية في الجدول$(1-3)$ تبين قيم C_i ودالة $f(\tilde{X};\theta)$ لكل حالة.

بتطبيق الصيغة $\widetilde{\mathrm{H}}_j(\widetilde{X})$ على النحو الآتي :

No. of $\tilde{x}_i$'s		c_0	c_1	c_2	c_3	$f(\tilde{x};\theta)$
1	0	0.77109521	0.20938136	0.01895163	0.00057178	$0.771095213 - 2.1039042780\theta + 1.9134745556\theta^2 - 0.5800937704\theta^3$
2	1	0.06979378	0.78372963	0.14015936	0.00631721	$0.209381361 + 1.7230448834\theta - 3.6537556668\theta^2 + 1.7402811112\theta^3$
3	2	0.00631721	0.14015936	0.78372963	0.06979378	$0.018951639 + 0.3636231166\theta + 1.5670876668\theta^2 - 1.7402811112\theta^3$
4	3	0.00057178	0.01895163	0.20938136	0.77109521	$0.000571787 + 0.0172362278\theta + 0.1731934444\theta^2 + 0.5800937704\theta^3$

الجدول $(5-1)$ يوضح قيم C_i ودالة$f(\widetilde{X};\theta)$ لكل حالة

$$\widetilde{\mathrm{H}}_j(\widetilde{X}) = \sum_{i=0}^{3} c_i \left[\int_{\Theta} H_j(\theta)\theta^i(1-\theta)^{3-i} d\theta\right] \quad , j = 0,1$$

تم الحصول على النتائج المبنية في الجدول الآتي :

الجدول $(6-1)$ يوضح قيم احصاءة اختبار $(Neyman - Perason)$

	$\widetilde{H}_0(\tilde{x})$	$\widetilde{H}_1(\tilde{x})$	$\widetilde{H}_1(\tilde{x})/\widetilde{H}_0(\tilde{x})$
$1(\tilde{x}_{II},\tilde{x}_{II},\tilde{x}_{II})$	0.00068551998	0.008195562617	11.95524982
$2(\tilde{x}_{I},\tilde{x}_{II},\tilde{x}_{II})$	0.003482950168	0.007988238407	2.293526471
$3(\tilde{x}_{I},\tilde{x}_{I},\tilde{x}_{II})$	0.007988237886	0.00348295048	0.436009859
$4(\tilde{x}_{I},\tilde{x}_{I},\tilde{x}_{I})$	0.008195563277	0.0006855194959	0.083645195

وبموجب نظرية $7.1(Neyman\ Pearson)$ فان الاختبار الأكثر قوة هو :

$$\Phi(\tilde{x}) = \begin{cases} 1\ if & \widetilde{H}_1(\tilde{x})/\widetilde{H}_0(\tilde{x}) > K \\ \delta\ if & \widetilde{H}_1(\tilde{x})/\widetilde{H}_0(\tilde{x}) = K \\ 0\ if & \widetilde{H}_1(\tilde{x})/\widetilde{H}_0(\tilde{x}) < K \end{cases}$$

نحدد الاختبارات الضبابية الأكثر قوة (Φ_i) مع مناطق الحرجة (C_i) لكل الحالات الممكنة $(i=$ $1,2,\dots,16)$ ونحسب احتمال الخطأ من النوع الأول والثاني وقوة الاختبار لكل حالة والنتائج مبنية في الجدول $(7-1)$ الأتي

الجدول $(7-1)$ يوضح احتمال الأخطاء II, I وقوة الاختبار لكل منطقة حرجة

critical regin	α_{Φ}	β_{Φ}	*power test*
$C_{1=(\emptyset)}$	0	1	0
$C_{2=(1)}$	0.033682711	0.597314588	0.402685411
$C_{3=(2)}$	0.171133244	0.607501373	0.392498626
$C_{4=(3)}$	0.3924986	0.82886674	0.17113326
$C_{5=(4)}$	0.402685443	0.966317297	0.033682702
$C_{6=(1,2)}$	0.204815955	0.204815962	0.795184038
$C_{7=(1,3)}$	0.426181311	0.426181329	0.573818671
$C_{8=(1,4)}$	0.436368154	0.563631886	0.436368114
$C_{9=(2,3)}$	0.563631845	0.436368114	0.563631886
$C_{10=(2,4)}$	0.573818688	0.573818671	0.426181329
$C_{11=(3,4)}$	0.795184044	0.795184037	0.204815962
$C_{12=(1,2,3)}$	0.597314556	0.033682702	0.966317298
$C_{13=(1,2,4)}$	0.607501399	0.171133259	0.828866741
$C_{14=(1,3,4)}$	0.828866755	0.392498626	0.607501374
$C_{15=(2,3,4)}$	0.966317288	0.402685411	0.597314588
$C_{16=(1,2,3,4)}$	1	0	1

نلاحظ من الجدول $(7-1)$ أن الاختبارات الضبابية الأكثر قوة هي :

$$[\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_6, \Phi_7, \Phi_{12}, \Phi_{13}, \Phi_{16}]$$

وأن المنطقة الحرجة $(Critacal\ regain)$ لكل منها هي :

$$[C_1, C_2, C_3, C_6, C_7, C_{12}, C_{13}, C_{16}]$$

نلاحظ أن المنطقة الحرجة C_2 تحقق الاختبار بمستوى معنوية (0.05) وان احتمال الخطأ من النوع الأول والثاني وقوة الاختبار للمنطقة الحرجة C_2 في الجدول أعلاه تم حسابه على النحو الآتي :

$$\alpha_{\Phi_2} = \frac{0.0006851998}{M = 0.020352271} = 0.033682711$$

$$\beta_{\Phi_2} = 1 - \frac{0.008195562617}{N = 0.020352271} = 0.597314588$$

$$P.test = 1 - \beta_{\Phi_2} = 0.402685411$$

الاختبار معنوي أذ أن $(\alpha = 0.05) \leq \alpha_{\Phi_2} = 0.033682711$ أي أن نسبة الإصابة في المجتمع المسحوب منه العينة تكون اكبر.

الجدول (8 – 1) يوضح المقارنة بين المناطق الحرجة لاختبار الفرضية الضبابية بين احتمال الخطأ من النوع II, I وقوة الاختبار بالاستناد إلى نسبة الإصابة في العراق والعالم

critical regin	α_Φ	β_Φ	power test
بالاستناد إلى نسبة الإصابة في العراق			
$C_{2(1)}$	0.037102645	0.632339797	0.367660203
$C_{3(2)}$	0.188200801	0.592963656	0.407036344
$C_{6(1,2)}$	0.225303447	0.225303454	0.774696546
$C_{7(1,3)}$	0.444138968	0.444138981	0.555861019
$C_{12(1,2,3)}$	0.63233977	0.037102638	0.962897362
$C_{13(1,2,4)}$	0.592963676	0.188200815	0.811799185
بالاستناد إلى نسبة الإصابة العالمية			
critical regin	α_Φ	β_Φ	power test
$C_{2(1)}$	0.033682711	0.597314588	0.402685411
$C_{3(2)}$	0.171133244	0.607501373	0.392498626
$C_{6(1,2)}$	0.204815955	0.204815962	0.795184038
$C_{7(1,3)}$	0.426181311	0.426181329	0.573818671
$C_{12(1,2,3)}$	0.597314556	0.033682702	0.966317298
$C_{13(1,2,4)}$	0.607501399	0.171133259	0.828866741

.a

الاستنتاجات

01 في حالة اختبار الفرضية الضبابية بالاستناد إلى نسبة الإصابة العالمية فأن قوة الاختبار هي (0.402685411) بينما قوة الاختبار هي (0.367660203) في حالة الاستناد الى نسبة الاصابة في العراق. لذلك مقارنة نسبة الاصابة في العينة مع نسبة الإصابة العالمية أفضل مما لوقارنا بنسبة الإصابة في العراق ,استناداً إلى العينة المسحوبة .

02 إن احتمال الخطأ من النوع الأول والثاني في حالة أجراء اختبار الفرضية الضبابية بالاعتماد على نسبة الإصابة بالسكري العالمية هي (0.033682711), (0.597314588) وفي حالة الاعتماد على نسبة الإصابة بالسكري في العراق لاختبار الفرضية الضبابية هي (0.037102645) (0.632339797),

.b **التوصيات**

01 توظيف الأساليب الإحصائية المختلفة في المجموعات الضبابية.

02 استخدام أسلوب بيز لاختبار الفرضيات الضبابية .

03 أجراء دراسة باستخدام نسبة الاحتمال المتسلسل لاختبار الفرضيات الضبابية

(References)

1. **Arnold BF (1996) An approach to fuzzy hypotheses testing. Metrika 44:119-126.**
2. **Casals MR (1993) " Bayesian testing of fuzzy parametric hypotheses from fuzzy information", RAIRO. Oper Res 189–199.**

3. Denoeux, T., Masson, M. H. and H bert, P. A., Nonparametric rank-based statistics and signi_cance tests for fuzzy data, Fuzzy Sets and Systems, 153, (2005), 1-28.
4. Grzegorzewski P (2000) "Testing statistical hypotheses with vague data " Fuzzy Set Syst 112:501–510.
5. Montenegro M, Casals MR, Lubiano MA, Gil MA (2001) Two-sample hypothesis tests of means of a fuzzy random variable. Inf Sci 133:89–100.
6. Mood, A. M ,Graybill, F. A&Boes, D. C. (1974). "Introduction to the theory of statistics " (3rd ed.). London: McGraw-Hill.
7. P. Billingsley, Probability and Measure, John Wiley & Sons, Inc, (1995).
8. Taheri S M, Behboodian J (1999) Neyman–Pearson Lemma for fuzzy hypotheses testing Metrika 49:3–17.
9. Torabi. H, Behboodian. J, and Taheri S.M., Neyman-Pearson lemma for fuzzy hypotheses testing with vague data, Metrika, (2006), Vol. 64, No. 3, pp. 289-304.
10. Torabi .H and Mirhosseini .S. M"The Most Powerful Tests for Fuzzy Hypotheses Testing with Vague Data " Applied Mathematical Sciences, Vol. 3, 2009, no. 33, 1619 – 1633.
11. Torabi. H , Behboodian.J ,(2005) ," Sequential Probability Ratio Test for Fuzzy Hypotheses Testing with Vague Data "AUSTRIAN JOURNAL OF STATISTICS1, 25–38.

Zadeh L. A, *Probability Measure of Fuzzy Events*, J. Math. Anal. Appl., 23(1968)